

振動数と温度に依存する粘弾性ダンパーの動的力学モデル

THE DYNAMIC MECHANICAL MODEL OF VISCOELASTIC DAMPERS RELYING ON THE FREQUENCY AND TEMPERATURE

黄 一 華^{*1}, 加藤敬史^{*2}, 和田 章^{*3}, 岩田 衛^{*4}
竹内 徹^{*5}, 大熊 潔^{*6}

Yi-Hua HUANG, Takashi KATO, Akira WADA,
Mamoru IWATA, Toru TAKEUCHI and Kiyoshi OKUMA

Viscoelastic dampers (VE dampers) have been used in the earthquake-resistant and wind-resistant design of tall buildings for about 30 years, because they have strong damping effect against from small to large vibration. After Northridge earthquake in USA 1994 and Hyogoken-Nanbu earthquake in Japan 1995, viscoelastic dampers, as a part of passive energy dissipation system, are getting more attention in the seismic design of building structures. However, the mechanical characteristics of viscoelastic material are very sensitive to the temperature of VE material and frequency of structural system, the mathematical formulation of hysteretic model is too complex and difficult to be used directly in the actual dynamic response analysis. This paper presents the determination method of elastic stiffness k and damping coefficient c for the simple Kelvin-Voigt model based on the results of dynamic loading test of VE dampers. In order to use the Kelvin-Voigt model and the empirical formula of elastic stiffness k and damping coefficient c directly into the time history response analysis, a new concept of transient frequency is proposed in this paper. It is confirmed that the proposed simple model has good agreement with the results of random dynamic loading tests.

Keywords: Viscoelastic dampers, Nonlinear hysteretic model, Calibration of parameters, Frequency dependency, Temperature dependency

粘弾性ダンパー、非線型履歴モデル、パラメータの同定、振動数依存性、温度依存性

1. はじめに

粘弾性ダンパーは、微振動から強振動まで広い範囲の振動に対して、効果的な減衰性能つまりエネルギー吸収能力を有し、地震動や強風などによる建造物の振動を抑えるために、有効である。粘弾性ダンパーは、約30年前から高層建物の耐風設計に応用されはじめ¹⁾、耐風、耐震性能に関する理論的、及び実験的な研究が数多く行われてきた^{2)~18)}。

特に、1994年のノースリッジ地震、1995年の兵庫県南部地震以降、エネルギー吸収機構として、粘弾性ダンパーを建造物の耐震設計に適用することが注目されている^{19)~28)}。

しかしながら、粘弾性ダンパーの動的力学特性は、粘弾性体の温度、振動数と振幅など様々な要因に左右されるため、粘弾性ダンパーの力変形関係、あるいは応力ひずみ関係を表す構成則が複雑になってしまう難点があった。多くの研究者が適切な粘弾性ダンパーの構成則や解析モデルを提案しているが、現状では、分数次微分(Fractional differentials)あるいは分数次導関数(Fractional derivatives)を利用した粘弾性ダンパーの構成則モデルが最も多くの研究者に引用さ

れている。

分数次微分を用いる構成則の背景について触れる。初めて、分数次微分概念を粘弾性材料の構成則に使うことを試みたのは1950年代にレオロジー学者(rheologist)の G.W. Scott-Blair 博士であろう²⁹⁾。分数次微分について数学上適切な定義ができなかったため、この研究は続けられなかった。

1970年代に入ってから、Ross³⁰⁾が分数次微分の定義式を発表して以降、イギリスWalk大学の数学学者Stiassnie²⁹⁾博士が初めて分数次微分概念を粘弾性体の構成則に応用する論文を発表した。

理想的な弾性体の応力歪み関係、及び理想的な粘性体の応力歪み関係が、それぞれHookeの弾性則及びNewtonの粘性則により表せることは周知である。弾性体の応力は歪みの時間に対する0次微分に比例し、粘性体の応力は歪みの時間に対する1次微分に比例する。粘弾性体は、理想的な弾性体と理想的な粘性体の間に属す材料なので、その応力ひずみ関係は、歪みの時間に対して0次と1次の間に値をとる α 次微分に比例すると仮定できる。

その後、分数次微分概念は長年に渡り各種の粘弾性体の構成則

^{*1} 東京工業大学建築物理研究センター 助手・博士(工学)

^{*2} 鹿島、設計・エンジニアリング総事業本部 修士(工学)

^{*3} 東京工業大学建築物理研究センター 教授・工博

^{*4} 新日本製鐵株式会社建築事業部 部長・工博

^{*5} 新日本製鐵株式会社建築事業部 修士(工学)

^{*6} ㈱住友3M

Research Assoc., Structural Engineering Research Center, Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

Architectural and Engineering Design Group, Kajima Corporation, M. Eng. Prof., Structural Engineering Research Center, Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

Nippon Steel Corporation, Dr. Eng.

Nippon Steel Corporation, M. Eng.

Sumitomo 3M Limited

に適用された。その代表的な一つは Bagley と Torvik^{31), 32)} によって分数次微分の概念を粘弾性の性質をもつ構造体へ応用したものである。彼らは 1983 年に式(1)のように 3 つのパラメータを用いる粘弾性体の構成則を提案し³¹⁾、その翌年(1984)に、式(2)のように 5 つのパラメータを有する構成則を提案した^{32), 33)}。

$$\tau(t) = G_0 \gamma(t) + G_1 D^\alpha [\gamma(t)] \quad (1)$$

$$\tau(t) + b D^\beta [\tau(t)] = G_0 \gamma(t) + G_1 D^\alpha [\gamma(t)] \quad (2)$$

ここで、 $D^\alpha [\gamma(t)]$ はせん断歪み γ の時間 t に対する分数 α ($0 < \alpha < 1$) 次導関数である。

そのあと、Koh & Kelly^{34), 35)}、Lee¹⁵⁾、Tsai¹⁷⁾、Soong³⁶⁾、Markis & Constantinou^{10) ~ 12)}、Kasai^{18), 19)}らはそれぞれ異なる形で、式(1)と(2)のような分数次導関数を用いた構成則を利用し、粘弾性ダンパーの振動数依存性と温度依存性に関して理論的及び実験的研究を進めた。

しかし、分数次導関数により表現される構成則の数学的な計算は複雑であるだけでなく、 $\alpha, \beta, b, G_0, G_1$ などパラメータの物理的な意味がわかりにくく、同定する方法も難しいため、実務レベルの設計には適用しにくいとしばしば指摘されてきた²¹⁾。

Chang^{13), 14), 21)}、Soong³⁶⁾、Lai²⁷⁾等は、様々な粘弾性ダンパーの単体実験とダンパーを有するフレームを用いた振動台実験を行い、温度、振動数及びせん断歪み振幅など要因に依存する粘弾性ダンパーの弾性剛性と損失ファクタを求める近似式を提案した。

日本では、喜連川ら^{6), 8)}や曾田ら⁷⁾が初めて粘弾性ダンパーの動的載荷実験を行った。その後、粘弾性ダンパーの力学特性に関して、曾田ら^{22) ~ 26)}によって数多くの理論的及び実験的な研究が行われた。加力振動数の異なる実験ごとに得られる力変形あるいは応力歪み履歴ループの形状を、Kelvin-Voigt モデルのそれに対応させて決まる等価剛性と等価減衰係数で表す方法が導入された²²⁾。さらに、時間領域と周波数領域におけるダンパーに対する入出力の関係をフーリエ変換手法を適用し、複素弾性率と複素コンプライアンスの概念を導入しランダム加力による粘弾性ダンパーの振動数依存性の定量化に関する研究を行っている²⁵⁾。

さらに、Kasai ら²⁰⁾は、長時間に渡り継続動的な外乱を受ける場合について、粘弾性ダンパー内の熱が周囲空気に拡散していくため、粘弾性体の上昇した温度が低下することが粘弾性ダンパーの動的力学性質に与える影響に関する研究を行った。

本研究では、まず、異なる加力振動数、異なる振幅、及び異なる温度の条件における正弦波による動的加力実験とランダム変位入力により行った動的加力実験によるデータの集積と分析を行う上で、最も簡単な 2 要素 Kelvin-Voigt 解析モデルを適用し、バネの弾性剛性 k とダッシュポットの減衰係数 c の同定方法を提案する。振動数とせん断歪み振幅及び温度に依存する動力学的な近似式を提案する。それらの近似式を時刻歴応答解析に適用するために、時刻歴領域における時刻 t 近傍の振動数 f_t の概念を導入し、これを求める近似式を提案する。本研究で提案した弾性剛性、減衰係数及び f_t の計算式を用いて、バネダッシュポットの Kelvin-Voigt 解析モデルに適用した理論解析による結果が正弦波加力実験とランダム加力実験による結果とよく一致していることを確認する。

2. Kelvin-Voigt 解析モデル

粘弾性ダンパーが正弦波の動的な外乱を受ける時、実験により得ら

れる力変形の履歴曲線は右肩上がりの楕円形状になる。それを表す構成則モデルは様々あるが、最も単純なモデルは、弾性バネとダッシュポットの組み合わせによる 2 要素 Maxwell モデルと Kelvin-Voigt モデルである。今までは、多要素 Maxwell-Kelvin モデルの組み合わせによる複数要素モデルが数多く研究者によって用いられている^{8), 22), 25)}。しかし、図 1 に示す弾性バネとダッシュポットの 2 要素を有する Kelvin-Voigt 解析モデルはパラメータが 2 つであり、設計者にとって理解しやすく、使いやすいモデルである。弾性剛性 k と粘性係数 c が振動数と振幅及び温度に依存する近似式で求められれば、Kelvin-Voigt モデルは非常に使いやすいモデルになり得る。

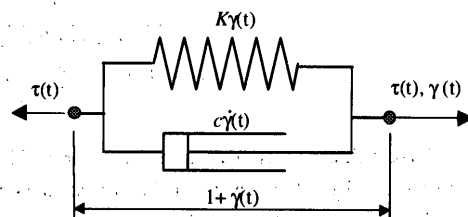


図1. Kelvin-Voigt 解析モデル

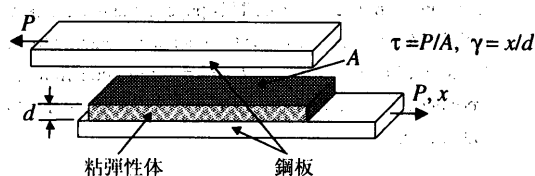


図2. 粘弾性ダンパーの概念図

図 1 に示す 2 要素の Kelvin-Voigt モデルによれば、粘弾性ダンパーに作用する力 P と変位 x との関係、あるいはせん断応力 τ とせん断歪み γ との関係はそれぞれ式(3)と(4)のように表せる。

$$P = Kx + C\dot{x} \quad (3)$$

$$\tau = k\gamma + c\dot{\gamma} \quad (4)$$

パラメータとする弾性剛性 K と k との関係、及び減衰係数 C と c との関係は式(5)で表せる。

$$K = k \frac{A}{d}, \quad C = c \frac{A}{d} \quad (5)$$

ここで、

A : 粘弾性体の総せん断面積(図2に示す)

d : 粘弾性体の厚さ(図2に示す)

P : ダンパーに作用する力

x : ダンパーに与える変位

τ : 粘弾性体に生じるせん断応力

γ : 粘弾性体に生じるせん断歪み。

記号上方のドットは時間に関する一階微分を表す。

3. 粘弾性ダンパーに対して動的載荷実験の概要

振動数、振幅及び温度に依存する粘弾性ダンパーの弾性剛性 k と減衰係数 c を同定するために、粘弾性ダンパーに対して正弦波加力による動的実験を行った。試験体は写真 1 に示すような 2 層のポリマ系粘弾性体を 3 枚の鋼板で挟むことにより成るものである。

実験は東工大建築物研究センターの大型実験工場において、荷重能

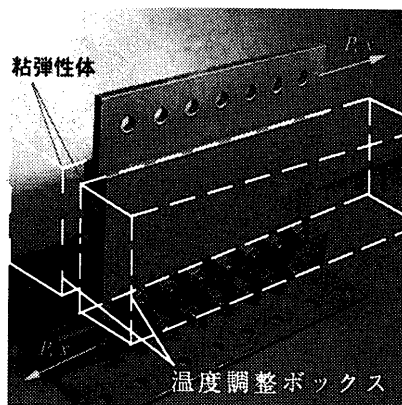


写真1. 粘弾性ダンパーの試験体

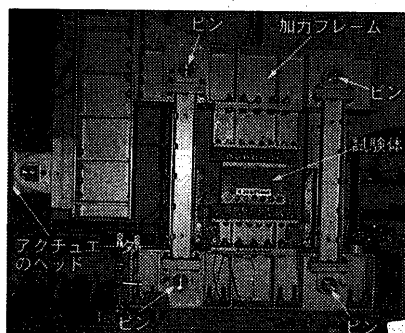


写真2. 粘弾性ダンパーの動的載荷実験装置

力50トン、最大速度50cm/sのアクチュエーターによって行った。実験装置を写真2に示す。

試験体の粘弾性体部分の大きさは幅450mm、高さ160mm、厚さ8mmである。実験のパラメータとしては、温度を10°C、20°C、30°Cの3段階、振動数を0.3Hz、1.0Hz、3.0Hzの3段階とする。試験体の初期温度は両側面に設置した温度調整ボックス(写真1)にドライアイス、氷、湯等を入れることによって制御する。せん断歪み振幅は5%から500%までの間の数段階で行ったが、本論のモデル化には、100%、200%と300%のデータを使っている。本論において、Kelvin-Voigtモデルの弾性剛性 k と減衰係数 c を同定するのに使用した実験を表1に○印で示す。

表1. モデル化に使った実験の種類

	10°C			20°C			30°C		
	100%	200%	300%	100%	200%	300%	100%	200%	300%
0.3Hz	○	○	○	○	×	×	○	○	○
1.0Hz	○	○	○	○	○	○	○	○	○
3.0Hz	○	○	○	○	○	○	○	○	○

4. 実験結果による弾性剛性 k と減衰係数 c の同定

正弦波の変位による粘弾性ダンパーの動的載荷実験により得られるせん断断力とせん断歪みとの履歴曲線は図3(a)のように示される。

Loop1, Loop2, ..., Loop n と記する各ループの履歴曲線を、図3(b)に示すように、それぞれ2要素Kelvin-Voigtモデルで近似する。最小二乗法によって、Loop j に対応するパラメータ k_j , c_j , θ_j が次式(6)~(9)によって求められる。

$$k_j = \frac{(\sum \tau_j \dot{\gamma}_j)(\sum \dot{\gamma}_j^2) - (\sum \tau_j \dot{\gamma}_j)(\sum \tau_j \dot{\gamma}_j)}{(\sum \dot{\gamma}_j^2)(\sum \dot{\gamma}_j^2) - (\sum \tau_j \dot{\gamma}_j)^2} \quad (6)$$

$$c_j = \frac{(\sum \tau_j^2)(\sum \tau_j \dot{\gamma}_j) - (\sum \tau_j \dot{\gamma}_j)(\sum \tau_j \dot{\gamma}_j)}{(\sum \dot{\gamma}_j^2)(\sum \dot{\gamma}_j^2) - (\sum \tau_j \dot{\gamma}_j)^2} \quad (7)$$

$$\theta_j = \theta_{\text{initial}} + \int \tau d\gamma / sp \quad (8)$$

$$\dot{\gamma}_i = \frac{\gamma_{i+1} - \gamma_{i-1}}{2\Delta t} \quad (9)$$

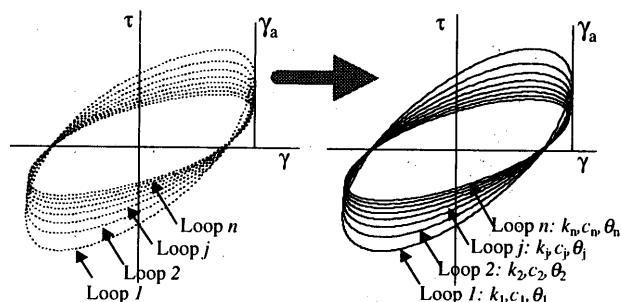


図3. 各履歴ループ毎のKelvin-Voigtモデルの適用

式(6)と(7)における計算には j ループに含まれるすべての実験データを用いる。吸収エネルギーと温度上昇との関係式(8)はKasaiら¹⁰⁾によって提案され、その第2項の分子は j ループにおいて粘弾性ダンパーに吸収される単位体積当たりのエネルギーであり、 j ループだけのデータを用いて計算する。 s と p はそれぞれ粘弾性材料の比熱と密度であり、 sp の値は住友3Mの計測により19.06 kgf/cm²/°Cを用いた。

表1にあるすべてケースに対して、式(6)~(9)により求められる k_j , c_j , θ_j のリストは省略するが、一つ例として、温度が10°C、振動数が

表2. 図4の各ループに対応する係数

j	k_j	c_j	θ_j (式(8))	θ_j (実測)
1	6.58	0.434	10.40	10.41
2	5.51	0.379	11.82	11.60
3	4.92	0.337	13.04	12.88
4	4.50	0.303	14.13	13.89
5	4.20	0.277	15.10	14.71
6	3.97	0.254	15.99	15.58
7	3.78	0.236	16.80	16.33
8	3.64	0.221	17.55	16.92

表3. 図5-6及び図9-14に示すマークの一覧

	10°C	20°C	30°C
0.3Hz	▲	□	●
1.0Hz	○	■	×
3.0Hz	◆	◇	▼

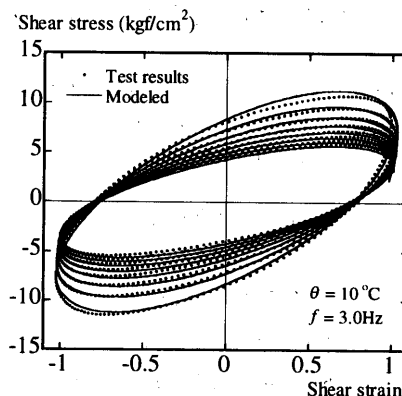


図4. Kelvin-Voigtモデル化した履歴と実験による履歴

3.0Hz、振幅が100%のケースに関するデータを表2に示す。各ループ毎にKelvin-Voigtモデルを適用した履歴曲線と実験による履歴曲線との比較を図4に示す。表2に示す温度 θ の値は各ループの開始点におけるものであり、 θ_j (実測)は実験において測定される4点データの平均値である。

すべてケースの実験結果に対して、式(6)～(9)により求められた弾性剛性 k_j と減衰係数 c_j の振動数 f と振幅 γ_a 及び温度 θ との関係を図5と図6にプロットする。図に示すマークの意味は表3に列記する。

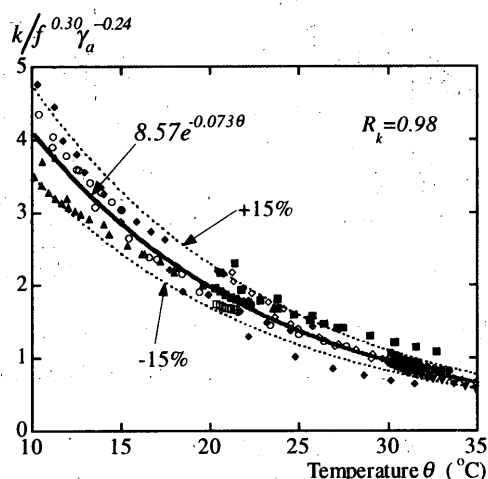


図5. 弾性剛性 k が f , γ_a 及び θ との関係

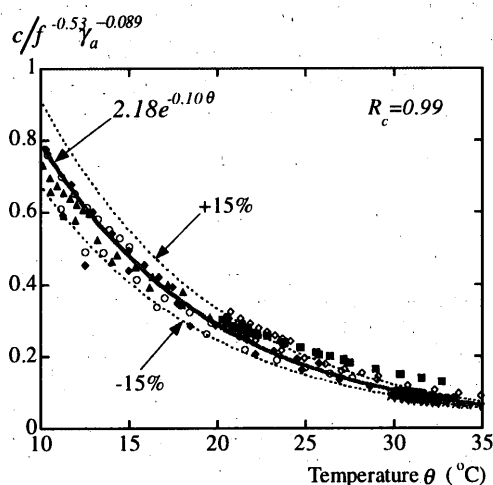


図6. 減衰係数 c が f , γ_a 及び θ との関係

5. 振動数と振幅及び温度に依存する弾性剛性 k と減衰係数 c の近似式

振動数と振幅及び温度に依存する弾性剛性 k と減衰係数 c の関係を近似的に式(10)と(11)のような形式と仮定する。ここでの γ_a は定常正弦波のせん断歪み振幅である。

$$k = a_0 f^{a_1} \gamma_a^{a_2} e^{a_3 \theta} \quad (10)$$

$$c = b_0 f^{b_1} \gamma_a^{b_2} e^{b_3 \theta} \quad (11)$$

図5、図6にプロットしたデータを用い、最小二乗法により未知係数 a_0, a_1, a_2, a_3 及び b_0, b_1, b_2, b_3 が求められ、式(10)と(11)はそれぞれ式(12)と(13)のようになる。

$$k = 8.57 f^{0.30} \gamma_a^{-0.24} e^{-0.073\theta} \quad (12)$$

$$c = 2.18 f^{-0.53} \gamma_a^{-0.089} e^{-0.10\theta} \quad (13)$$

式(6)～(9)による k_j, c_j と式(12)、(13)との関係を図5と図6に曲線で示す。縦軸は弾性剛性 ($k/f^{0.30} \gamma_a^{-0.24}$)、あるいは、減衰係数 ($c/f^{-0.53} \gamma_a^{-0.089}$) であり、横軸は温度 θ である。弾性剛性式(12)と実験データとの相関係数 R_k は0.98、減衰係数式(13)と実験データとの相関係数 R_c は0.99となる。

図5と図6によると、実験結果による弾性剛性と減衰係数にはばらつきはあるが、プロットされた90%以上のデータは式(12)と(13)を中心として±15%範囲内に収められている。

耐震構造物に使われる粘弾性ダンパーの周囲環境を考えると、春夏秋冬の温度変化があり、空調が整備されているオフィスのビルの中でも、年中に±(5～10)℃の温度変化は考慮すべきであろう。このように、環境温度の現実的な不確定要因を考えると設計上式(12)と(13)のもつ精度は十分であると言える。

正弦波の変位を粘弾性ダンパーに加える場合、式(12)と(13)においては振動数 f と振幅 γ_a が定数であるが、温度に依存する構成則の非線型関係を表すために、時刻 t における温度を求めることが必要である。粘弾性体の温度 θ は時刻 t までに吸収したエネルギーにより式(14)を用いて求めることができる。 θ_{initial} は粘弾性体の環境による初期温度である。

$$\theta = \theta_{\text{initial}} + \int_0^t \tau \dot{\gamma} dt / \rho p \quad (14)$$

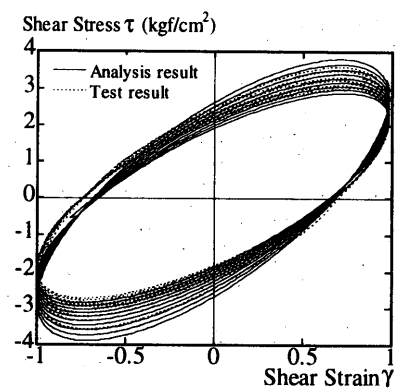
式(12)と(13)及び(14)を用いて、粘弾性ダンパーのモデル解析により力変形関係が求められ、これらと実験結果との比較を図7と8の(a1)～(a3)に示す。粘弾性ダンパーにより吸収された単位体積の歪みエネルギーの時刻歴を図7と8の(b1)～(b3)に示している。温度の上昇に伴って、応力歪の履歴ループが少しずつ偏平になっていく現象がよく表されている。式(12)、(13)及び(14)をKelvin-Voigt解析モデルに適用して求められた解析結果が実験結果とよく一致していることが分る。

6. 振動数、振幅及び温度に対する依存性

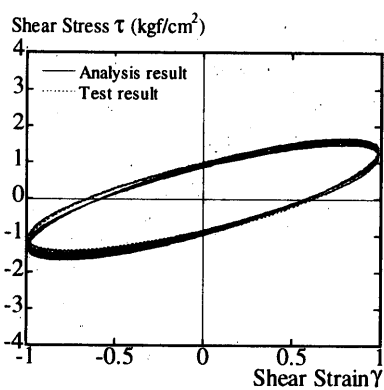
粘弾性ダンパーの弾性剛性 k と減衰係数 c が振動数 f と振幅 γ_a 及び温度 θ に依存していることは式(12)と(13)に表されている。定量的な傾向をつかめるために、 f, γ_a, θ の三つパラメータの中の、任意の2つのパラメータを固定し、残りの1つのパラメータだけを横軸に連続的に変化させ、 k と c への影響を調べる。この関係を図9～14に示す。式(6)、(7)により実験結果から求められた k_j, c_j も図9～14にプロットしてある。温度は実験で実測された1ループ目における温度である。

図9と図12には、せん断歪み振幅を100%に固定し、温度が5℃から40℃までの範囲における弾性剛性、減衰係数と振動数との関係を示している。振動数が大きければ大きいほど、弾性剛性が大きくなる一方、減衰係数は逆に小さくなる。

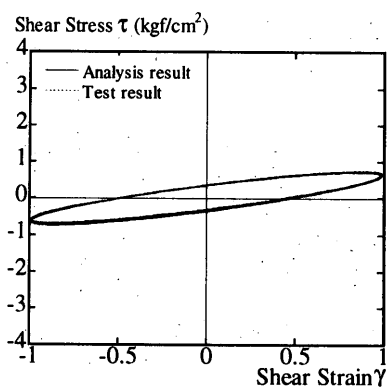
図10と図13には、せん断歪み振幅を100%に固定し、振動数が0.01Hzから30Hzまでの範囲における弾性剛性、減衰係数と温度との関係を示している。温度が高ければ高いほど、弾性剛性と減衰係数と



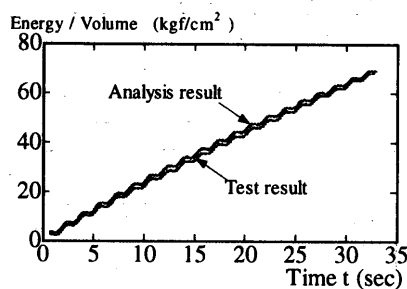
(a1) 応力歪み履歴ループの比較(10°C)



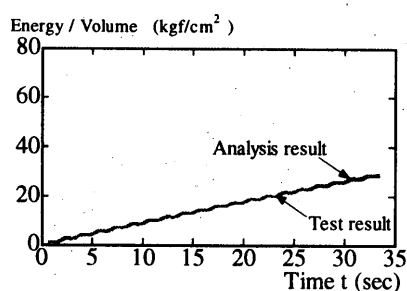
(a2) 応力歪み履歴ループの比較(20°C)



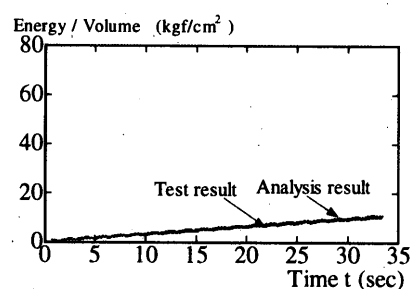
(a3) 応力歪み履歴ループの比較(30°C)



(b1) エネルギー時刻歴の比較(10°C)

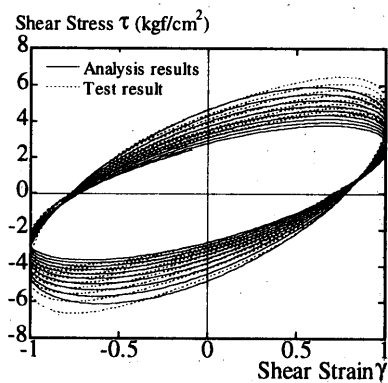


(b2) エネルギー時刻歴の比較(20°C)

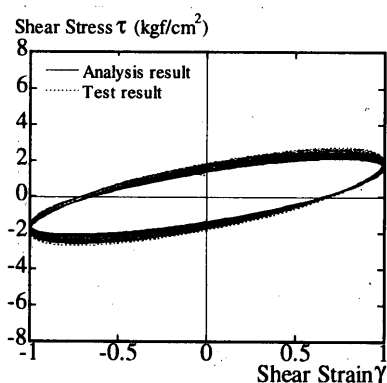


(b3) エネルギー時刻歴の比較(30°C)

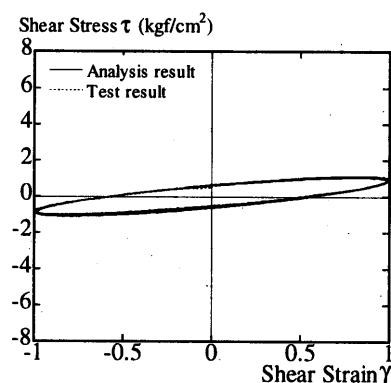
図7. 実験とモデル解析で求められる応力歪の履歴、及びエネルギー時刻歴の比較(正弦波、 $f = 0.3\text{Hz}$)



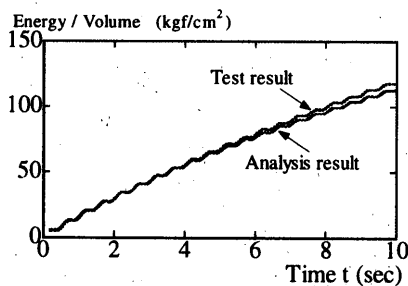
(a1) 応力歪み履歴ループの比較(10°C)



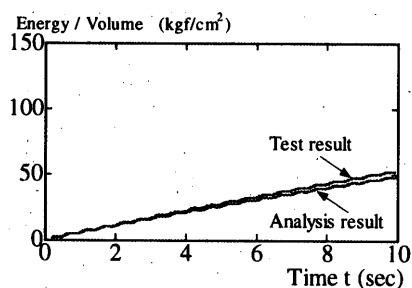
(a2) 応力歪み履歴ループの比較(20°C)



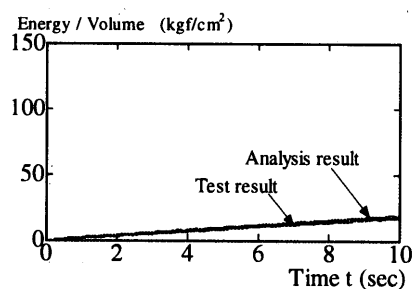
(a3) 応力歪み履歴ループの比較(30°C)



(b1) エネルギー時刻歴の比較(10°C)



(b2) エネルギー時刻歴の比較(20°C)



(b3) エネルギー時刻歴の比較(30°C)

図8. 実験とモデル解析で求められる応力歪の履歴、及びエネルギー時刻歴の比較(正弦波、 $f = 1.0\text{Hz}$)

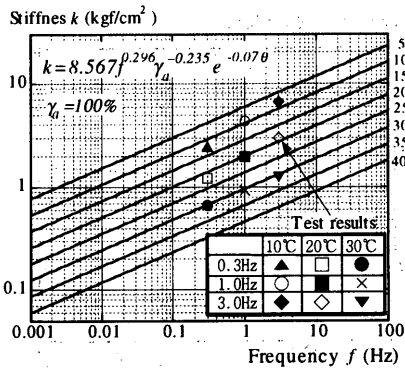


図9. 弾性剛性 k と振動数 f との関係

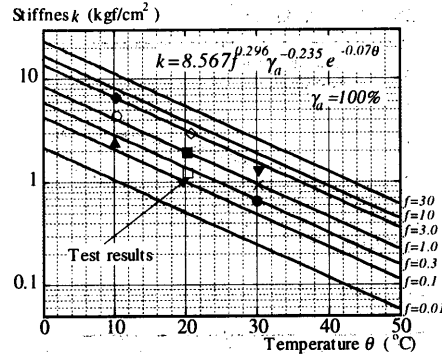


図10. 弾性剛性 k と温度 θ との関係

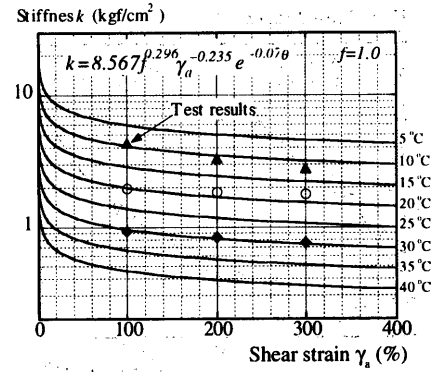


図11. 弾性剛性 k とせん断歪み γ_a との関係

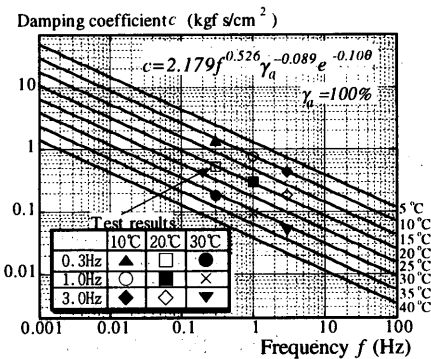


図12. 減衰係数 c と振動数 f との関係

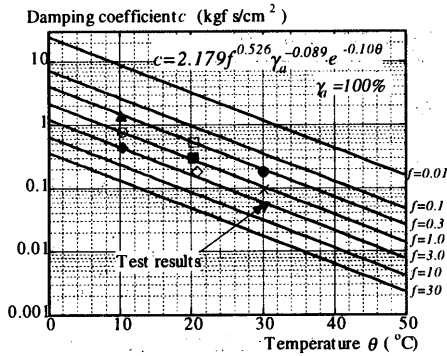


図13. 減衰係数 c と温度 θ との関係

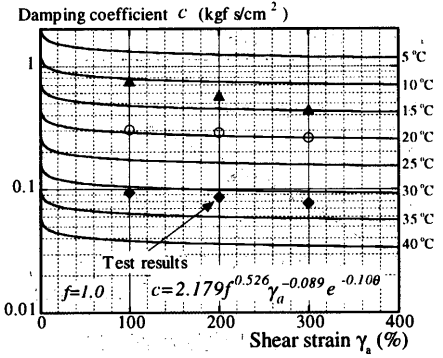


図14. 減衰係数 c と振幅 γ_a との関係

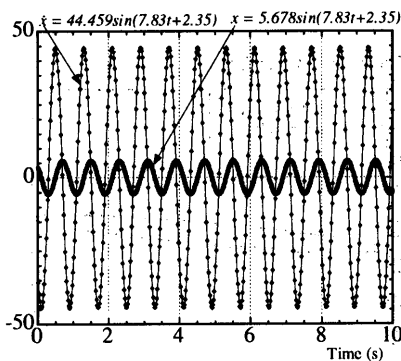


図15. 正弦波の変位と余弦波の速度

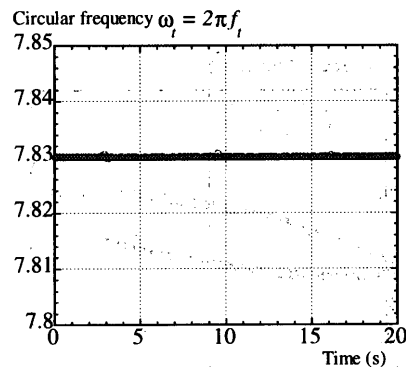


図16. 式(16)で求められた振動数 f_t の時刻歴

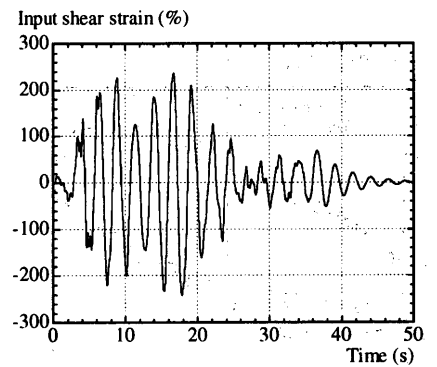


図17. ランダム加力実験に用いたせん断歪み入力時刻歴

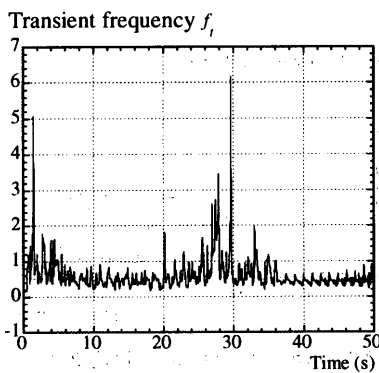


図18. ランダム実験の入力変位から求めた振動数 f_t の時刻歴

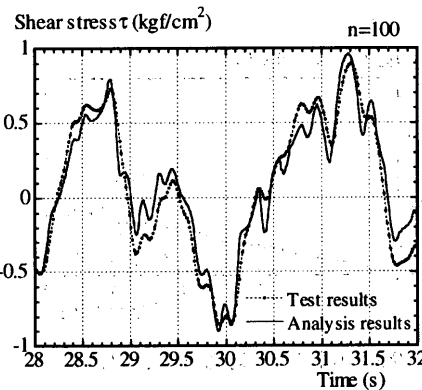


図19. 実験と解析により求められたせん断応力の時刻歴(28秒から32秒の間を示す)

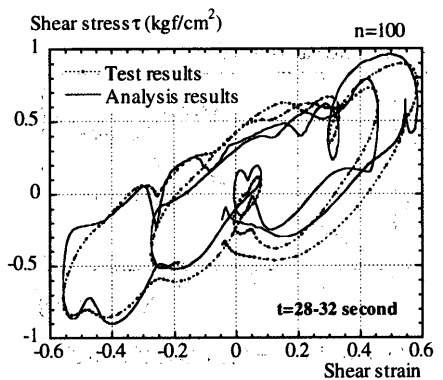


図20. 実験と解析により求められた応力歪の履歴のループ

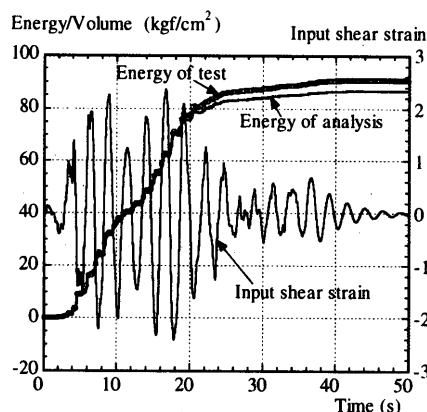


図21. 実験と解析によるエネルギーの時刻歴

も小さくなる。

図11と図14には、振動数を1.0Hzに固定し、温度が5°Cから40°Cまでの範囲における弾性剛性、減衰係数とせん断歪み振幅との関係を示している。弾性剛性と減衰係数とも歪み振幅との依存性は振動数、温度の依存性に比べ、大きくないことが分る。

7. 時刻 t 近傍における振動数 f_t

粘弾性ダンパーの動力学性質は振動数に強く依存している。粘弾性ダンパーの動力学特性を求めするためには、妥当な振動数を決めなければならない。基本的には、粘弾性ダンパーを組み込んだ構造物の1次固有振動数を使えばよいが、風や地震などの時刻歴応答解析を行うには、時刻 t 近傍における振動数 f_t が必要である。これによって、粘弾性ダンパーの時刻 t における弾性剛性 k と粘性減衰係数 c を求めることができる。 f_t はここで始めて導入する新しい概念である。ある短い時間間隔において粘弾性ダンパーの動きを振幅 A_t 、振動数 f_t と位相 δ_t を持つ正弦波動の一部と仮定する。このことにより、時刻 t における変位 x_t と速度 $\dot{x}_t$ との関係は式(15)のようになる。

$$\dot{x}_t = 2\pi f_t \sqrt{A_t^2 - x_t^2} \quad (15)$$

時刻 t と一つ前のステップ $t-\Delta t$ においての変位と速度を式(15)に代入すれば、時刻 t 近傍における振動数 f_t は次式(16)のように求めることができる。

$$f_t = \frac{1}{2\pi} \sqrt{|\dot{x}_t^2 - \dot{x}_{t-\Delta t}^2| / |x_{t-\Delta t}^2 - x_t^2|} \quad (16)$$

式(16)を検証するために、変位と速度が図15に示すようにそれぞれ式(17)と(18)の正弦波と余弦波を考える。

$$x = 5.678 \sin(7.83t + 2.35) \quad (17)$$

$$\dot{x} = 44.459 \cos(7.83t + 2.35) \quad (18)$$

$$(t = 0, 20 \text{ 秒})$$

式(16)を用いて求められる円振動数 $\omega_t = 2\pi f_t$ の時刻歴を図16に示す。式(17)の正弦波に使った円振動数7.83に一致することが分る。

式(16)はある時間差を持った速度の二乗差と変位の二乗差の比によって計算される。この場合、分母がゼロに近いときの値に信頼性が無くなる。一般に $r = a/b = c/d$ のとき、 $r = (a+c)/(b+d)$ が成り立

ち、時刻 t 近傍におけるこの比はほぼ一定と考えられることから、時刻 t を基本として、 Δt の整数倍の時間だけさかのぼった時刻の値を用い、時刻 t 近傍における振動数 f_t を式(19)によって求める。この方法により、数値計算上の問題を回避することができる。 n の値は $n\Delta t$ が0.1秒前後と考えることに対応させ10~20を用いるのが適当と考える。

$$f_t = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\sum_{j=1}^n |\dot{x}_t^2 - \dot{x}_{t-j\Delta t}^2| / \sum_{j=1}^n |x_{t-j\Delta t}^2 - x_t^2|} \quad (19)$$

8. 解析結果とランダム加力実験結果との比較

粘弾性ダンパーに対してランダム加力実験及び解析を行うために、ある20階の建物を多質点系の等価曲げせん断棒モデルに置き換え、模擬地震動を用いて時刻歴応答解析を行った。得られた応答変位の時刻歴データから粘弾性ダンパーのせん断変形の時刻歴データを作り、これを入力とした。ランダム加力実験と、式(12)、(13)及び(14)を用いたダンパーの応力歪の履歴関係を求める。

応答解析に用いた建物は、高さが80m、幅が30m、全重量が1960トン、1次固有周期が2.5秒の構造である。地震応答解析において主体構造の減衰を2%と考え、粘弾性ダンパーの影響を考慮するために、主体構造の剛性に比例する10%附加粘性減衰を考慮した。入力地震動は、Hachinohe NS 1968の地震動の位相を用いて、設計用エネルギースペクトルに適合して作成した模擬地震動である³⁷⁾。応答解析により得られた1層部の層間変位を粘弾性ダンパーのせん断歪みに換算し、最大せん断歪み振幅の最大値を250%と基準化したものを図17に示している。ランダム加力実験に使われる粘弾性ダンパーのサイズは450mm×160mm×8mmである。実験時にダンパーの環境温度を20°Cに調整した。

式(12)と(13)及び(14)を用いた解析においては、 γ_s の値は設計地震動レベルに応じて粘弾性ダンパーに生じる最大せん断歪みを用いる必要があるが、ここでは250%を用いる。振動数 f は式(19)で示す f_t を用いる。計算に必要な速度のデータは図17に示す変位の時刻歴データから中心差分法により求められる。求められた f_t の時刻歴を図18に示す。温度 θ は時刻 t までに粘弾性体内に吸収された歪みエネルギーにより式(14)を用いて求める。

実験と解析により得られた粘弾性ダンパーのせん断応力の時刻歴、及びせん断応力と歪みの履歴曲線を、それぞれ図19と20に示す。実験結果と解析結果が良く一致していることが分る。

粘弾性ダンパーのエネルギー吸収能力はダンパーの評価に対して重要な指標である。動的載荷実験及び解析により求められた単位体積当たりエネルギーの時刻歴を図21に示す。20秒までの大きな動的外乱を受ける場合には、実験と解析はよく一致している。しかし、20秒時間を経過した後、解析によるエネルギーが実験によるエネルギーより若干少ない。この原因については、20秒以後の変位入力が小さいので、粘弾性体に生じる熱が両サイドの鉄板を通して空気に逃げていくため、粘弾性体の温度が少しずつ下がる。このような熱伝導と熱拡散の影響を解析において考慮していないことがその理由であろう。

9. 結論

本論文では、パッシブエネルギー吸収機構として、耐震耐風建築物

に組み込む粘弾性ダンパーの設計、応答解析において、簡単かつ理解しやすい構成則と解析モデル及びそのパラメータの同定法を提案してきた。得られた主な結論を以下に列記する。

- 1) 応力歪みの履歴ループ毎に、2要素 Kelvin-Voigt モデルを適応させ、弾性剛性 k と減衰係数 c を求める近似式を提案した。
- 2) 粘弾性ダンパーを考慮した時刻歴応答解析において用いるための時刻 t 近傍における振動数 f_i の概念を導入し、 f_i を求める近似式を提案した。
- 3) せん断ひずみ振幅 γ_0 が粘弾性ダンパーの動力学性質に与える影響は小さい。そのため、提案した動力学モデルを用いる際には、粘弾性ダンパーに生じると予想される最大せん断ひずみを γ_0 として用いればよい。
- 4) 本研究で提案した弾性剛性、減衰係数と振動数 f_i の近似式を用い、Kelvin-Voigtモデルによる解析結果はランダム加力実験による結果とよく一致する。
- 5) 粘弾性ダンパーを使う環境の温度変化として、 $\pm(5 \sim 10)^{\circ}\text{C}$ を考え、風や地震など外乱により粘弾性ダンパーが受ける振動数の不確定性を考慮すると、本研究で提案した粘弾性ダンパーの弾性剛性と減衰係数を求める式は十分な精度をもっている。

謝 辞

本研究を進めるに当たり、東京工業大学の笠井和彦教授にご助言をいただきました。実験用の粘弾性材料には住友3M社のISD111を用いました。

参考文献

- 1) Mahmoodi, P., "Structural Dampers", Journal of Structural Division, ASCE, Vol.95, No.ST8, pp.1661-1672, 1969.
- 2) Mahmoodi, P., and Keel, C.J., "Performance of Viscoelastic Structural Dampers for the Columbia Center Building", Building Motion in Wind, ASCE, pp.83-106, 1986.
- 3) Zhang, R.H., Soong, T.T., and Mahmoodi, P., "Seismic Response of Steel Frame Structures with Added Viscoelastic dampers", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.18, pp.389-396, 1989.
- 4) Zhang, R. H., and Soong, T. T., "Seismic Design of Viscoelastic Dampers for Structural Applications", J. of Struct. Engrg., ASCE, 118(5), pp.1375-1392, 1992.
- 5) Aiken, I.D., and Kelly, J.M., "Earthquake Simulator Testing and Analytical Studies of Two Energy-Absorbing Systems for Multistory Structures", Rep. No. UCB/EERC-90/03, UC Berkeley, California, USA, 1990.
- 6) 喜連川昭夫、永井潔、伊藤嘉朗、"粘弾性体を利用した制振構法に関する研究 (その1、粘弾性体の材料試験とその力学モデル化)"、日本建築学会大会学術講演梗概集、pp.929-930, 1990.
- 7) 曾田五月也、渡辺聡、近藤一平、"粘弾性ダンパーの動的特性の振動数依存性に関する研究"、第8回日本地震工学シンポジウム論文集、pp.1815-1820, 1990.
- 8) Kirekawa, A., Ito, Y., and Asano K., "A Study of Structural Control Using Viscoelastic Material", Proceedings, 10WCEE, pp.2047-2054, 1992, Madrid, Spain, 1992.
- 9) Lin, R.C., Liang, Z., Soong, T. T., and Zhang, R.H., "An Experimental Study on Seismic Behavior of Viscoelastically Damped Structures." Engineering Structures, Vol.13, pp.75-84, 1991.
- 10) Markis, N., and Constantinou, M. C., "Fractional Maxwell Model for Viscoelastic Damper", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.117, pp.2708-2724, 1991.
- 11) Markis, N., and Constantinou, M. C., "Spring-Viscous Damper Systems for Combined Seismic and Vibration Isolation", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.21, pp.649-664, 1992.
- 12) Markis, N., and Constantinou, M. C., "Models of Viscoelasticity with Complex-Order Derivatives", Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.119, No.7, pp.1453-1464, 1993.
- 13) Chang, K. C., Soong, T. T., Oh, S. T. and Lai, M. L., "Effect of Ambient Temperature on Viscoelastically Damped Structure", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.118, No.7, pp.1955-1973, 1992.
- 14) Chang, K.C., Soong, T. T., and Lai, M. L., "Viscoelastic Dampers as Energy Dissipation Devices for Seismic Applications", Earthquake Spectra, 9(3), pp.371-387, 1993.
- 15) Lee, H. H., and Tsai, C. S., "Analytical Model for Viscoelastic Dampers in Seismic Mitigation Application", 10'th WCEE, pp.2461-2466, 1992.
- 16) Bergman, D.M., Hanson, R., "Viscoelastic Mechanical Damping Devices Tested at Real Earthquake Displacements", Earthquake Spectra, Vol.9, No.3, pp.389-416, 1993.
- 17) Tsai, C.S., and Lee, H.H., "Applications of Viscoelastic Dampers To High-Rise Buildings", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.119, No.4, pp.1222-1233, 1993.
- 18) Kasai, K., Munshi, J. A., Lai, M. L. and Maison, B. F., "Viscoelastic Damper Hysteresis Model: Theory, Experiment and Application", Proceedings, ATC-17-1, Seminar of Seismic Isolation, Passive Energy Dissipation, and Active Control, San Francisco CA, pp.521-532, 1993.
- 19) Kasai, K., Fu, Y.M., "Seismic Analysis and Design Using Viscoelastic Dampers", シンポジウム「耐震設計の新しい方向」, pp.113-140, 1995.
- 20) Kasai, K., Huang, Y.H., Wada, A., "Hysteretic Model of Viscoelastic Damper for Long Duration Loading", 日本建築学会大会学術講演梗概集、B-2 分冊、pp.829-830, 1997.
- 21) Chang, K.C., Soong, T.T., Oh, S.T., and Lai, M.L., "Seismic Behavior of Steel Frame With Added Viscoelastic Dampers", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.121, No.10, pp.1418-1426, 1995.
- 22) 曾田五月也、和田純一、平田裕一、山中久幸、"繰り返し加力実験に基づく粘弾性ダンパーの力学モデルの構築"、日本建築学会構造系論文集、No.457, pp.29-36, 1994.
- 23) 曾田五月也、高橋雄司、"粘弾性ダンパーの耐震補強への応用について"、コンクリート工学年次論文報告集、pp.191-1996, 1996.
- 24) 大石昌、曾田五月也、横川宏史、"粘弾性ダンパーの力学的性状に関する実験的研究 (その3 各種粘弾性体材料の比較検討)"、日本建築学会全国大会学術講演梗概集、B-2 分冊、pp.881-882, 1996.
- 25) 曾田五月也、高橋雄司、"ランダム加力による粘弾性ダンパーの振動数依存性の定量化"、日本建築学会構造系論文集、No.498, pp.43, 1997.
- 26) 高橋雄司、曾田五月也、"粘弾性ダンパーの振動数依存性の定量化方法について"、日本建築学会全国大会学術講演梗概集、B-2 分冊、pp.839-840, 1997.
- 27) Lai, M.L., Chang, K.C., Soong, T.T., Hao, D.S., and Yeh, Y.C., "Full-Scale Viscoelastically Damped Steel Frame", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.121, No.10, pp.1443-1447, 1995.
- 28) 伊藤嘉朗、"粘弾性体を利用した制振工法に関する研究 その9 粘弾性体の時間領域における各種解析モデル"、日本建築学会講演梗概集、B-2 分冊、pp.833-834, 1997.
- 29) Stiasnie, M., "On the Application of Fractional Calculus for the Formulation of Viscoelastic Models", Appl. Math. Modelling, Vol.3, pp.300-302, 1979.
- 30) Ross, B., In "Fractional Calculus and its Applications" (Ed. A. Dold and B. Eckmann), Springer-Verlag, Berlin, 1974.
- 31) Bagley, R.L., Torvik, P.J., "Fractional Calculus in the Transient Analysis of Viscoelastically Damped Structures", AIAA, Journal, Vol.23, pp.918-925, 1983.
- 32) Bagley, R.L., Torvik, P.J., "On the Appearance of the Fractional Derivative in the Behavior of Real Materials", Transactions of the ASME, Vol.51, pp.294-298, 1984.
- 33) Bagley, R.L., Torvik, P.J., "On the Fractional Calculus Model of Viscoelastic Behavior", J. Rheology, 30(1), pp.133-155, 1986.
- 34) Koh, C. G., and Kelly J. M., "Fractional Derivative Representation of Seismic Response of Base Isolated Models: Theory and Experiments", Report No. UCB/SEM 85/07, Berkeley, 1985.
- 35) Koh, C. G., and Kelly J. M., "Application of fractional derivatives to seismic analysis of base-isolated models", Earthquake engineering and structural dynamics, Vol.19, pp.229, 1990.
- 36) Soong, T.T., etc., "Passive Energy Dissipation Systems in Structural Engineering", John Wiley & Sons, 1997.
- 37) Huang, Y. H., "Damage Controlled Seismic Design for Tall Steel Buildings", Doctorate Dissertation, Tokyo Institute of Technology, 1995.

(1998年5月10日原稿受理, 1998年9月18日採用決定)