

支持架構付き屋根型円筒ラチスシェルの地震応答評価

RESPONSE EVALUATION OF CYLINDRICAL LATTICE SHELL ROOFS WITH SUPPORTING SUBSTRUCTURES

竹内 徹^{*1}, 小河利行^{*2}, 山形智香^{*3}, 熊谷知彦^{*4}
Toru TAKEUCHI, Toshiyuki OGAWA, Chika YAMAGATA
and Tomohiko KUMAGAI

Seismic response of cylindrical lattice shell roofs with supporting substructures are very complicated, because these roofs have large numbers of parallel vibration modes, and their amplitude change drastically along the relationship between mechanical properties of roofs and substructures. In this paper, several simple response evaluation methods for cylindrical lattice shell roofs with substructures using response amplification factors are proposed, and their validities are discussed against response spectrum analyses with CQC method.

Keywords : *Cylindrical Lattice Shell Roof, Seismic Response Analysis, Response Spectrum Analysis, CQC method*

屋根型円筒ラチスシェル, 地震応答解析, 応答スペクトル法, CQC法

1. 序

屋根型円筒シェルは学校体育館を始め多くの中規模空間構造に使用されており, 災害時には避難所として利用される等, その耐震性能の確保は重要な課題のひとつである。これらの屋根構造はライズを有するため水平地震動に対しても鉛直振動が励起されるが, 現行設計規準では層としての水平荷重しか規定されていないため, その応答を適切に評価できる静的地震荷重の設定が望まれている。このため, 山田聖志ら^{1)~6)}は異なる境界条件の屋根型円筒シェルに関する数多くの研究を行い, その振動性状を詳細に分析するとともに設計用の静的荷重の提案を行っている。また, 山田大彦ら^{7)~9)}は開角や境界条件の異なるアーチに関し, 水平地震動および鉛直地震動に対する応答性状を詳細に分析し, 静的地震動の提案を行っている。アーチに関しては, 加藤ら¹¹⁾, 元結ら¹²⁾も幾何非線形性や塑性化の影響を分析し, 静的設計を行う手法の提案を行っている。しかしながらこれらの研究は何れも屋根構造そのものの振動特性, または特定の支持構造付きモデルの振動を論じており, 下部構造特性を変化させながら屋根部の応答を論じたものは殆ど見られない。これらの研究において, 屋根型円筒シェルはラチスドームと同様に多くの近接した固有周期をもつ振動モードを有することが報告されており, 下部構造の構造特性との関係によりその応答が大きく変化することが予想される。従って屋根型円筒シェル構造の設計用地震力を設定するためには, 下部構造との関係を考慮して, これを決定する必要がある。

下部支持構造の変化による円筒シェル以外の屋根構造の応答変化

については, 山田大彦ら¹⁰⁾が支持構造と屋根構造を単純2質点系とした場合の下部質点に対する上部質点の応答増幅率を数値的に解析し, 振動数比との比較により論じている。また加藤ら^{13)~14)}は, 支持構造付きドーム屋根について, 屋根構造と支持構造の振動モードの関係を論じ, 屋根1次または1, 2次モードが卓越する場合の屋根部の応答特性を簡易モデルにより表現し, 応答スペクトル法を適用することにより評価する手法について提案している。筆者らはこれらの研究を踏まえ文献15)において, 支持構造付きドーム屋根構造について, 屋根各部の加速度応答を屋根逆対称1波モード周期と屋根を剛体とした1質点系等価周期との比率をパラメータとした水平・鉛直応答増幅率で表現することにより, ある程度の精度で簡便に予測できることを示した。屋根構造を一旦同一層とみなしてその水平加速度を評価し, そこから屋根各部の応答を算出する方法は, 現状行われている多層骨組の設計法とも整合することから, 本手法が支持構造付き円筒シェル構造についても適用できれば, 時刻歴応答解析無しでこれらの構造の応答を統一的に評価できる静的設計法の整備の一助となるものと考えられる。

そこで, 本研究ではラチスドーム構造を取り扱った文献15)を応用して, 下部構造に支持された屋根型円筒シェル構造の梁間方向, 弾性範囲の応答を評価する手法の誘導を試み, その精度を確認することを目的とする。まず半開角の異なる屋根型円筒シェルの面外剛性を変化させ, 既往の研究を参考に卓越する振動モードを分析する。続いてCQC法による応答評価が有効な範囲を特定し, これを用いて下部構造の剛性を変化させることによる屋根構造の卓越モー

^{*1} 東京工業大学大学院理工学研究科建築学専攻
助教授・博士(工学)

^{*2} 東京工業大学大学院理工学研究科建築学専攻 教授・工博

^{*3} 東京工業大学大学院理工学研究科建築学専攻
修士課程(当時)

^{*4} 東京工業大学大学院理工学研究科建築学専攻
助手・博士(工学)

Assoc. Prof., Dept. of Arch. and Building Eng., Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

Prof., Dept. of Arch. and Building Eng., Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng. Graduate Student (Previous), Dept. of Arch. and Building Eng., Tokyo Institute of Technology

Assist. Prof., Dept. of Arch. and Building Eng., Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

ドおよび最大応答を分析する。これらにより下部構造による増幅効果を考慮した屋根型円筒シェル構造の静的荷重の設定を試みる。また、境界条件を変化させ、アーチとした場合の理論応答解を単純化したモデルにより誘導し、数値解析による結果との比較を行う。

2. 検討モデル

検討モデルは、図1に示すような屋根型円筒ラチスシェルであり、下部構造を有するモデル(以降Frモデル)と、円筒シェル屋根面だけを有するモデル(以降Rrモデル)に区別する。節点A、O、A'を通る円弧を中央線と呼ぶ。モデルを構成する部材は全て円形鋼管とし、固定荷重は、屋根荷重 1.18kN/m^2 、壁荷重 0.98kN/m^2 とする。屋根構造は、固定荷重のみを受ける時の部材応力がほぼ一樣になる様設計する。下部構造は、ベースシア係数 $C_0=0.3$ のせん断力、及び屋根構造の固定荷重相当の軸力に対して弾性範囲とし、層間変形角が $1/200$ 以下となる様設計する。表1に形状諸元、表2に部材諸元を示す。

Frモデルでは、柱脚で固定支持とし、屋根構造と下部構造の間はピン接合とする。Rrモデルでは、四隅の支持点はピン支持、それ以外の周辺節点は辺直交方向のみローラー支持とする。Fr、Rrモデルともに、半開角 θ を 20° 、 30° 、 40° の3種類、屋根の面外剛性を1倍、10

倍、100倍に変化させる。屋根の面外剛性が10倍、100倍のモデルは表3に示すように、同断面積でデプス/スパン比が $1/100$ 、 $1/30$ 程度の二層円筒ラチスシェルに相当する。さらにFrモデルでは、下部構造の剛性を0.1倍、1倍、10倍、100倍に変化させる。モデル名は、Fr(又はRr)[半開角 θ]-[屋根剛性倍率]-[下部剛性倍率]とする。

図2にFr30-x-1モデルの卓越固有モードを有効質量比及び固有周期と併せて示す。ドームと同様に、逆対称1波モードO1、逆対称2波モードO2が共通して現れている。屋根の面外剛性を大きくするにつれ、有効質量比と98%になるモード数は減少し、卓越する固有モード形状は単純化される。半開角 $\theta=20^\circ$ 、 40° の場合も同様の傾向を示す。

3. 応答スペクトル法の精度

幾何非線形性を考慮した時刻歴応答解析と応答スペクトル法を比較し、採用モード数による応答スペクトル法の精度を検討する。応答スペクトル法には、前報¹⁵⁾と同様に、モード間の相関を考慮したCQC法を用いる。入力地震波はTaft EW(1952)とし、最大速度を 25cm/s に規準化して用いる。

図3にFr30-x-1モデルにおいて、CQC法で採用する有効質量比和

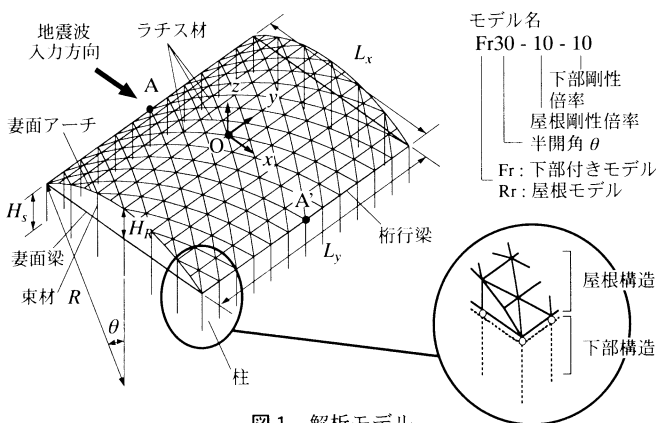


図1 解析モデル

表1 形状諸元

半開角 θ ($^\circ$)	20	30	40
x方向スパン L_x (cm)		3600	
y方向スパン L_y (cm)		4800	
曲率半径 R (cm)	5263	3600	2800
ライズ H_R (cm)	317	482	655
支持柱長さ H_s (cm)		600	

表2 部材諸元

	半開角 θ	部材細長比	外径	厚さ	断面積	断面二次モーメント
		λ	D (cm)	t (cm)	A (cm ²)	I (cm ⁴)
ラチス材	20°	27.1～54.2	21.63	0.75	49.2	2685
	30°	35.0～70.0	16.52	0.35, 0.50	17.8, 25.2	581, 808
	40°	41.6～83.3	13.98	0.40, 0.60	17.1, 25.2	394, 566
妻面アーチ		15.9	55.88	1.50	256.3	94798
妻面梁		48.1～50.1	35.56	1.10	119.1	17695
桁行梁		11.4	101.6	2.00	625.8	776324
束材		26.6～48.1	19.07	0.40	23.5	1023
柱		34.0	50.80	0.85	133.4	41611

*ヤング係数 E はすべての部材において $206(\text{kN/mm}^2)$ とする。

表3 デプス/スパン比(d/L_x)

半開角 θ	屋根の面外剛性		
	1倍	10倍	100倍
20°	-	$1/78$	$1/24$
30°	-	$1/100$	$1/32$
40°	-	$1/120$	$1/38$

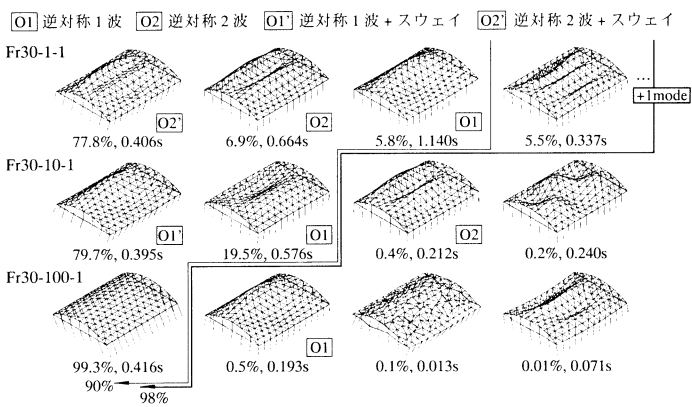
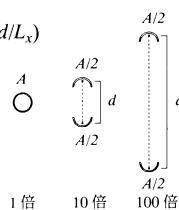


図2 卓越固有モード (Fr30-x-1)

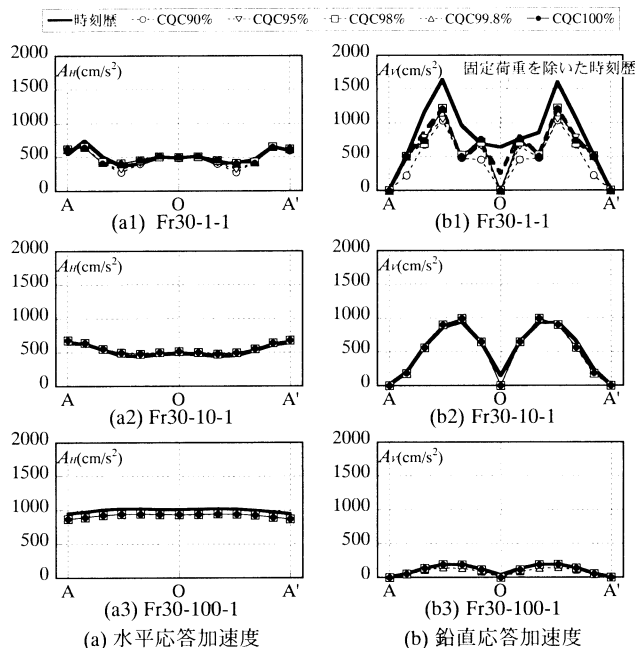


図3 Fr30-x-1モデルの最大応答加速度 (Taft EW)

が、中央線上節点の最大応答加速度の精度に与える影響を示す。時刻歴応答解析結果と有効質量比と100%のCQC法による応答値は良い対応を示している。ただし、Fr30-1-1では、CQC法と時刻歴応答解析結果の鉛直応答加速度の差が若干大きい。固定荷重による初期部材応力を除くと、この差は小さくなることから、この差はCQC法で固定荷重による幾何非線形性が考慮されないことに拠ると考えられる。前報のドーム形状においては、CQC法による応答値と時刻歴応答解析による応答値の差は、デプスの薄いドームでも微小であり、これはテンションリングにより逆対称モードの増幅が抑えられるためであると考えられる。従って、この影響については特にデプスの薄い円筒シェル特有の性状と考えられる。

図3のすべてのケースにおいて、有効質量比が増加するにつれて、各応答値は有効質量比と100%における応答値に近づいていく。有効質量比と98%以上になると、水平、鉛直方向のいずれも有効質量比と100%の場合の応答値とほぼ同じ値となる。以上より、本研究では以降、面外剛性1倍(単層シェル)の場合の鉛直応答の幾何非線形性の影響を念頭に置いた上で、有効質量比と98%のCQC法の応答値を用いる。

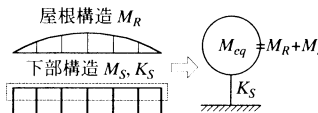
4. 下部構造の影響と応答特性

次に、下部構造の水平剛性を変化させた場合の応答性状について検討する。表4に、各モデルを屋根構造と下部構造の合計質量、及び下部構造の水平剛性を持つ1質点系モデルに置換した場合の等価固有周期 T_{eq} を示す。今回のモデルでは、屋根質量に対する下部質量比 M_S/M_R は0.2程度となっている。

図4に、Fr30-10-x, Rr30-10モデルの卓越固有モードを示す。全般的に1質点系モデルの等価固有周期 T_{eq} に近い周期の屋根モードが卓越する傾向が見られる。下部構造の水平剛性が大きくなるにつれて、有効質量比と98%に必要なモード数は増加し、高次の固有モードが卓越するようになる。半開角 $\theta=20^\circ$ 、 40° の場合も同様の傾向を示す。

これらのモードを用いて、図5中、太線で示すようなモデル化

表4 1質点系モデルの等価固有周期(T_{eq})

半開角 θ	下部構造の水平剛性				 1質点系モデル
	0.1倍	1倍	10倍	100倍	
20°	1.260s	0.398s	0.126s	0.040s	
30°	1.289s	0.408s	0.129s	0.041s	
40°	1.323s	0.419s	0.132s	0.042s	

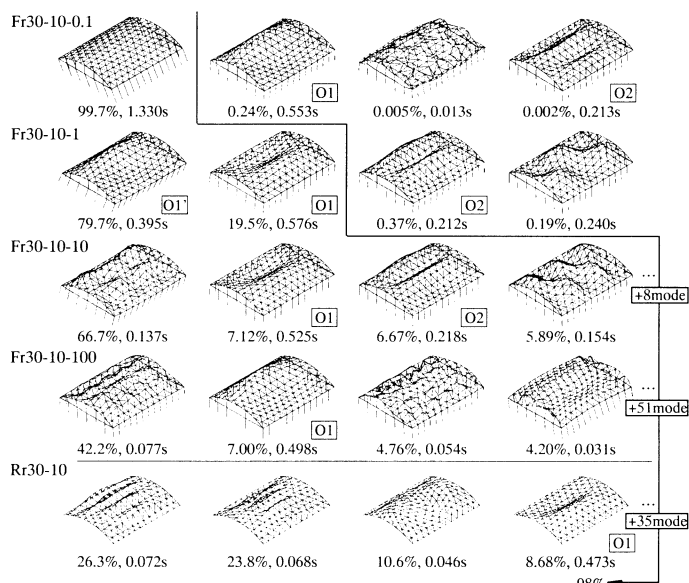


図4 下部構造の剛性変化と卓越固有モード (Rr30-10, Fr30-10-x)

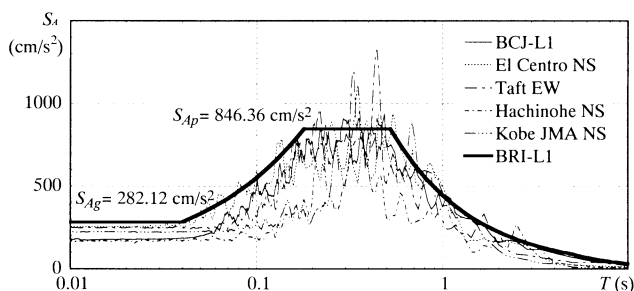


図5 加速度応答スペクトル ($h=0.02$)

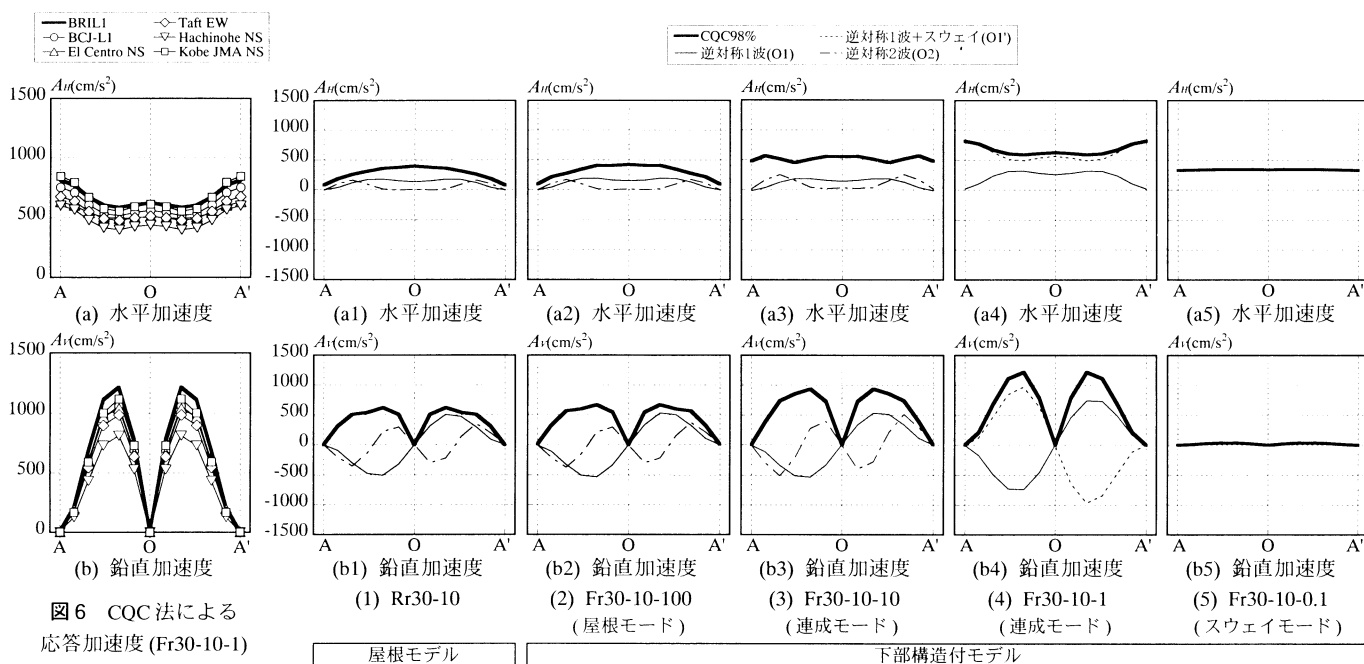


図6 CQC法による
応答加速度 (Fr30-10-1)

図7 下部構造の剛性変化と応答加速度 (Fr30-10-x)

ペクトルによりCQC法で応答評価を行う。本スペクトルは文献15)で検討に用いたものと同じであり、以降BRI-L1と呼ぶ。

図6に、Fr30-10-1モデルにおける、CQC法による中央線上の応答加速度を示す。BRI-L1入力時の応答加速度は、他の地震波入力時の応答加速度をほぼ包絡している。これは、他のモデルでも同様となっている。以上より、本研究で対象とするモデルでは、有効質量比98%に必要なモード及びモデル化スペクトルを用いて、各モードの応答を求め、CQC法により合成することにより、応答加速度を予測する。

図7に、Rr30-10、Fr30-10-xモデルにおける中央線上の最大応答加速度を示す。各図中には、最大応答加速度を太実線で、低次モード(逆対称1波モード(O1)、逆対称1波+スウェイモード(O1')、逆対称2波モード(O2))による応答値を細線で表している。応答加速度の分布形状は、下部構造の剛性により異なり、Fr30-10-100では屋根モデルRr30-10と同じ特性を示し、Fr30-10-0.1では下部構造による水平応答のみとなる。下部構造の等価固有周期 T_{eq} と、逆対称1波モード(O1)、逆対称1波+スウェイモード(O1')の固有周期が近いFr30-10-1では、屋根構造と下部構造が共振し応答加速度が大きくなっている。これらは、半開角 $\theta=20^\circ, 40^\circ$ の場合も同様の傾向となっており、前報のドームと類似した特性を示している。

5. 最大応答加速度の予測

次に、ドームの場合と同様に加速度応答の予測式の誘導を試みる。図8に、屋根モデルRr θ -10のCQC法による最大応答加速度と半開角の関係を示す。水平応答加速度は、半開角によらずほぼ一定であり、入力地震波の最大加速度 S_{Ag} の約1.5倍に対応している。鉛直加速度は半開角が大きくなるにつれて増大し、比例関係 $S_{Ap} \times C_v \times \theta$ となっている。ここで C_v は定数であり、本研究の検討モデルでは $C_v=1.33$ となっている。なお θ の単位はradである。これより、文献15)を参考に屋根モデルの最大応答加速度分布を以下のように設定する。

$$\text{水平: } A_{RH}(x,y) = S_{Ag} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \cos \pi \left(\frac{x}{L_x} \right) \cos \pi \left(\frac{y}{L_y} \right) \right\} \quad (1)$$

$$\text{鉛直: } A_{RV}(x,y) = S_{Ap} C_v \theta \sin \pi \left(\frac{2x}{L_x} \right) \cos \pi \left(\frac{y}{L_y} \right) \quad (2)$$

ただし、 S_{Ag} 、 S_{Ap} は入力加速度の最大値及び加速度応答スペクトルの最大値(図5)、 L_x 、 L_y は屋根型円筒シェルのx方向、y方向スパンである。図9にRr30-10の、CQC法による応答加速度と、(1)、(2)式で表される応答加速度の比較及び分布図を示す。

単層の円筒シェルに水平地震動が働いた際の応答を推定する手法は山田聖志ら⁴⁾⁻⁵⁾によっても提案されている。そこで図10に、Rr30-1において、本研究で提案した(1)、(2)式の予測式による応答加速度と、山田ら⁵⁾が提案した質量で除した応答加速度を併せて示す。山田らの評価は歪エネルギー最大時の応答を基に設定されている違いはあるが、応答加速度は各予測式と概ね良い対応を示している。

次に、下部構造付きモデルの最大応答加速度分布について検討する。屋根面の応答増幅率を下式のように定義する。

$$\text{水平: } F_{RH} = A_{Hmax} / A_{eq} \quad (3)$$

$$\text{鉛直: } F_{RV} = A_{Vmax} / C_v \theta A_{eq} \quad (4)$$

ここで、 A_{Hmax} 、 A_{Vmax} は屋根面節点の水平及び鉛直応答加速度の最大値、 A_{eq} は1質点系モデルの応答加速度である。(3)、(4)式より求

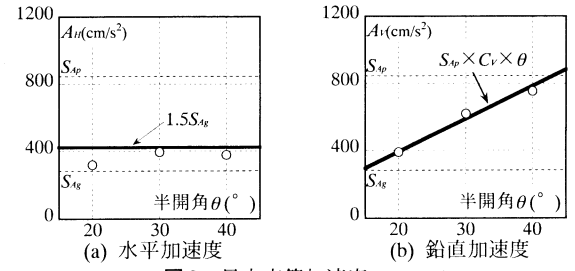


図8 最大応答加速度(Rr θ -10)

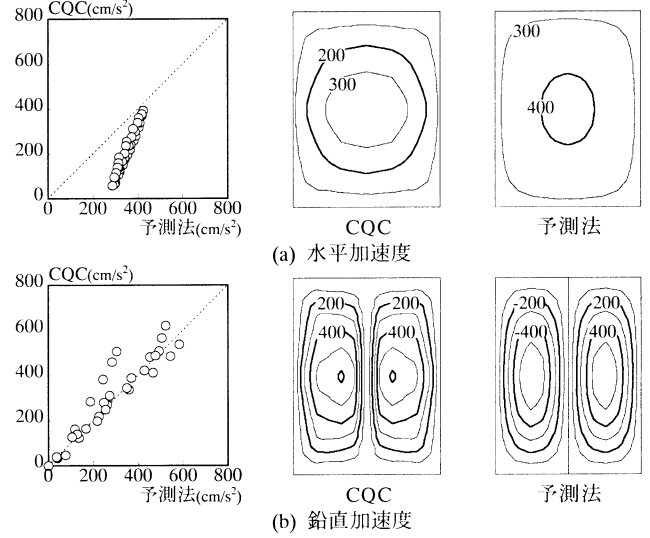


図9 CQC法と予測法による加速度分布(Rr30-10)

— CQC法98% — 予測法(1)(2) 山田聖志ら5) (--- ローラー --- ピン)

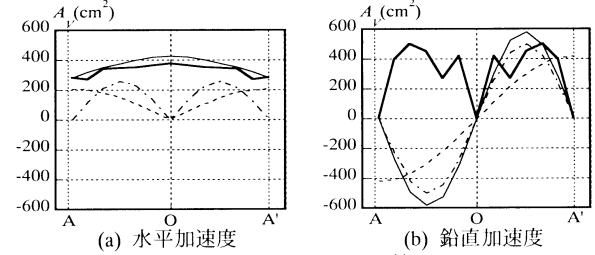


図10 既往の研究との比較(Rr30-1)

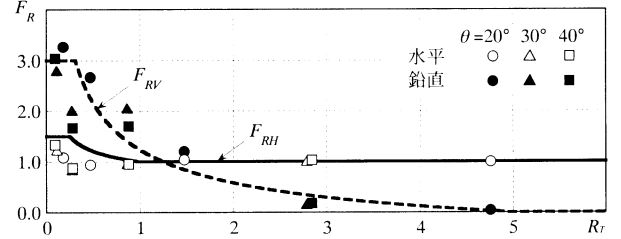


図11 屋根型円筒シェルの応答増幅率(Fr θ -10-x)

めた下部構造付きモデルFr θ -10-xの屋根面の応答増幅率 F_{RH} 、 F_{RV} を、固有周期比 R_T に対してプロットしたものを図11に示す。ここで、固有周期比 R_T は、1質点系モデルの等価固有周期 T_{eq} を、屋根モデルの逆対称1波モードの固有周期 T_R で除したものである。これらの応答増幅率 F_{RH} 、 F_{RV} を周期比 R_T の関数として表現すると、(1)、(2)式より、下部構造付きモデルの屋根面の最大応答加速度分布は、次のように設定できる。

$$\text{水平: } A_H(x,y) = A_{eq} \left\{ 1 + (F_{RH} - 1) \cos \pi \left(\frac{x}{L_x} \right) \cos \pi \left(\frac{y}{L_y} \right) \right\} \quad (5)$$

$$\text{鉛直: } A_V(x,y) = A_{eq} F_{RV} C_v \theta \sin \pi \left(\frac{2x}{L_x} \right) \cos \pi \left(\frac{y}{L_y} \right) \quad (6)$$

ただし、応答増幅率は図 11 より、

$$\text{水平: } F_{RH} = \begin{cases} 3/2 & (0 < R_T \leq 1/4) \\ 1/2(\sqrt{1/R_T} + 1) & (1/4 < R_T \leq 1) \\ 1 & (1 < R_T) \end{cases} \quad (7)$$

$$\text{鉛直: } F_{RV} = \begin{cases} 3 & (0 < R_T \leq 5/16) \\ \sqrt{5/R_T} - 1 & (5/16 < R_T \leq 5) \\ 0 & (5 < R_T) \end{cases} \quad (8)$$

以上の予測法により求められる A_H 及び A_V とCQC法による最大応答加速度を比較したものを図 12 に示す。面外剛性 1 倍のケースでは大きなばらつきが見られるが、屋根の面外剛性が大きくなるにつれ精度が向上し、屋根の面外剛性 100 倍では予測法と CQC 法は概ね良く対応している。

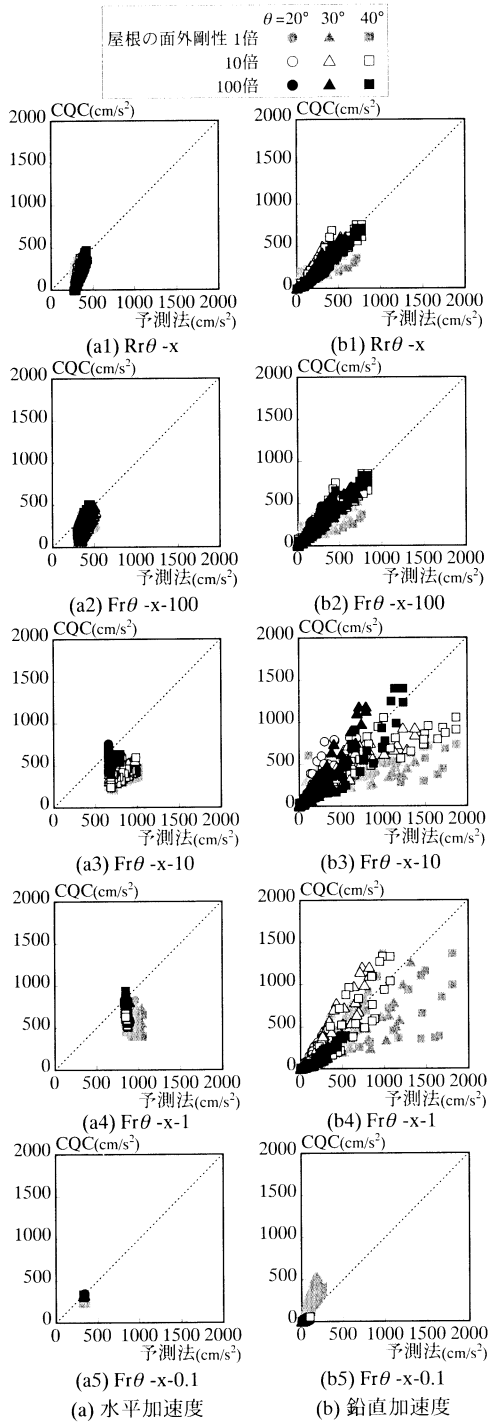


図 12 予測法による加速度

予測法による A_H 又は A_V と質量の積を静的地震荷重として載荷した場合の変位及び軸力を図 13 に示す。屋根の面外剛性が 1 倍のモデルでは、予測法の応答値が、CQC法による応答値より大きくなっている。これは、屋根剛性が小さいモデルでは固定荷重による非線形性の影響が大きいほか、山田聖志ら⁶⁾が指摘するように、高次モードの影響により最大加速度応答時の時刻が歪エネルギーおよび部材応力の最大時刻と一致しない点等が原因と考えられる。一方、面外剛性 10 倍、100 倍のモデルでは最大応答加速度から静的地震動を設定し求めた変位や部材軸力でも、概ね良い精度が得られている。これより、本論で提案する応答予測式の適用範囲は、屋根の面外剛性が 10 倍以上すなわちデプス/スパン比が概ね 1/100 程度以上の円筒シェルとする。

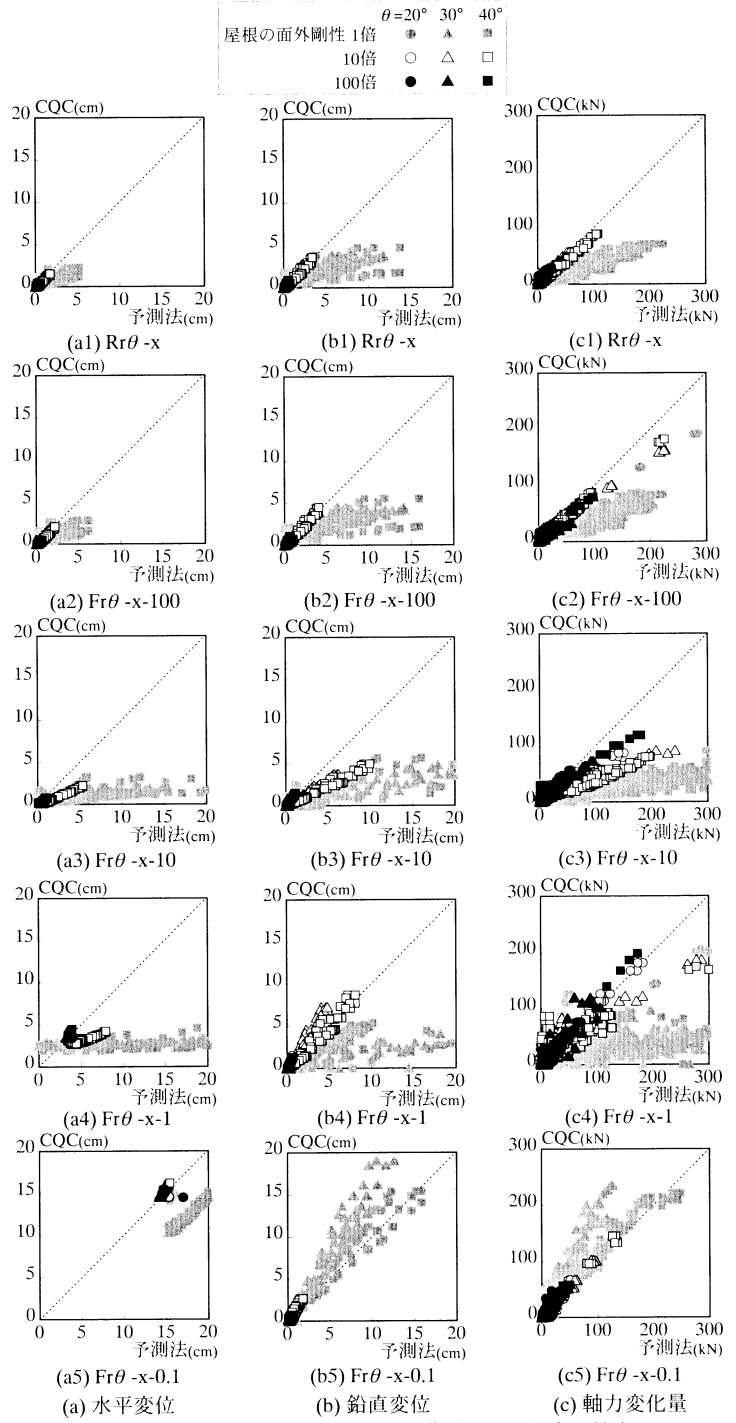


図 13 予測法による加速度を静的荷重とした場合の精度

6. 境界条件の異なるモデルに対する予測法の適用精度

これまで検討してきたFr, Rrモデルと境界条件の異なるモデルについて、提案した予測法の適用を検討する。図14に、梁材を剛体とした下部構造上にFrモデルと同様の屋根構造を有するFfモデル、Ffモデルと同様の下部構造上に妻面の束材を省略したアーチ屋根面を有するFaモデルを示す。Ff, Faモデルの下部構造は、等価固有周期 T_{eq} がFrモデルの下部構造と等しくなるように設計する。また、Ff, Faモデルから円筒シェル屋根面だけを取り出したモデルをRf, Raモデルとする。Rfモデルは、四隅の支持点及び桁行方向の境界節点はピン支持、妻面方向の境界節点はy方向のみローラー支持とする。Raモデルは、四隅の支持点及び桁行方向の境界節点はピン支持、妻面方向の境界節点は自由とする。

Ff, Fa, Rf, Raモデルは、屋根の面外剛性を100倍に固定し、半開角 θ を $20^\circ, 30^\circ, 40^\circ$ の3種類に変化させる。さらに、Ff, Faモデルでは、下部構造の剛性を0.1倍、1倍、10倍、100倍に変化させる。

Rfモデルは(1), (2)式、Ffモデルは(5)～(8)式を用いて屋根面の最大応答加速度を設定する。また、アーチとなるRa, Faモデルの屋根面は、Rr, Frモデルの中央部断面が連続する屋根面と考えられるため、Raモデルで(1), (2)式の代わりに次の(9), (10)式を使用する。

$$A_{RH}(x, y) = S_{Ag} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \cos \pi \left(\frac{x}{L_x} \right) \right\} \quad (9)$$

$$A_{RV}(x, y) = S_{Ap} C_v \theta \sin \pi \left(\frac{2x}{L_x} \right) \quad (10)$$

Faモデルは(5), (6)式の代わりに次の(11), (12)式を用いて屋根面の最大応答加速度を設定する。ただし F_{RH} , F_{RV} は(7), (8)を用いる。

$$A_H(x, y) = A_{eq} \left\{ 1 + (F_{RH} - 1) \cos \pi \left(\frac{x}{L_x} \right) \right\} \quad (11)$$

$$A_V(x, y) = A_{eq} F_{RV} C_v \theta \sin \pi \left(\frac{2x}{L_x} \right) \quad (12)$$

図15にRa30-100の、CQC法による応答加速度と、(9), (10)式で表される予測法の応答加速度の比較及び分布を示す。CQC法と予測法は良い対応を示している。

以上の式を用いて、Fr, Rrモデルと同様の応答予測を行い、CQC法による応答値と比較したものを図16に示す。Faモデルは、鉛直加速度をやや安全側に、水平変位、鉛直変位をやや危険側に評価しているが、予測法による加速度及び静的地震荷重載荷時の応答値はFrモデルと同程度の精度で評価できることが分かる。

7. 簡易モデルによる応答増幅率の誘導

これまで、CQC法の応答値をもとに屋根の増幅率を設定してきた。ここでは、簡易アーチモデルを用い応答増幅率を理論的に説明することを試みる。Ra θ -100モデルを、図17の右下に示すような3質点の線形モデルに簡略化する。同モデルは、各節点で曲げ回転バネを有し、軸変形は生じない(軸剛性 ∞)ものとする。対称条件より、水平入力に対する振動モードを図17のような逆対称1波の曲げ変形モードに限定する。変形に伴う支点部及び頂点の角度増分をそれぞれ α, β とおき、曲げ変形モードを導くと、図17より、

$$\delta_{3x} = 2R \sin \frac{\theta}{4} \left\{ \cos \frac{3}{4} \theta - \cos \left(\frac{3}{4} \theta + \alpha \right) \right\} \quad (13)$$

$$\delta_{3y} = 2R \sin \frac{\theta}{4} \left\{ \sin \left(\frac{3}{4} \theta + \alpha \right) - \sin \frac{3}{4} \theta \right\} \quad (14)$$

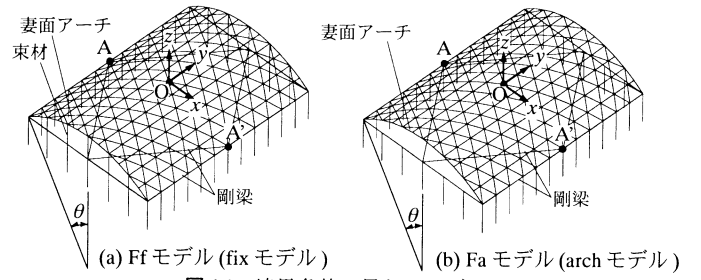


図14 境界条件の異なるモデル

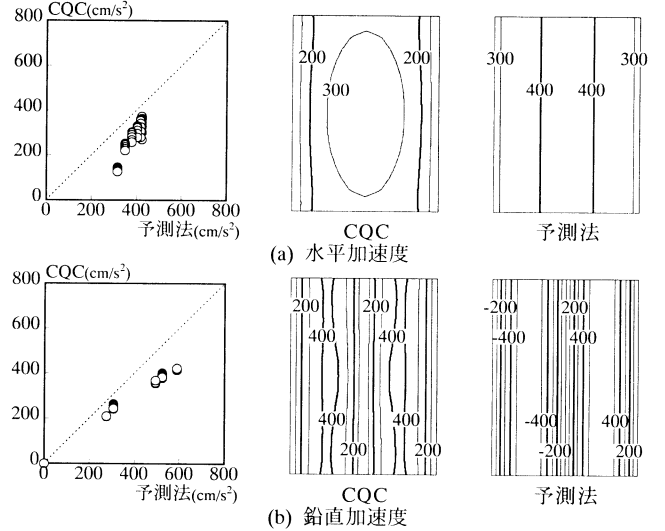


図15 CQC法と予測法の加速度分布(Ra30-100)

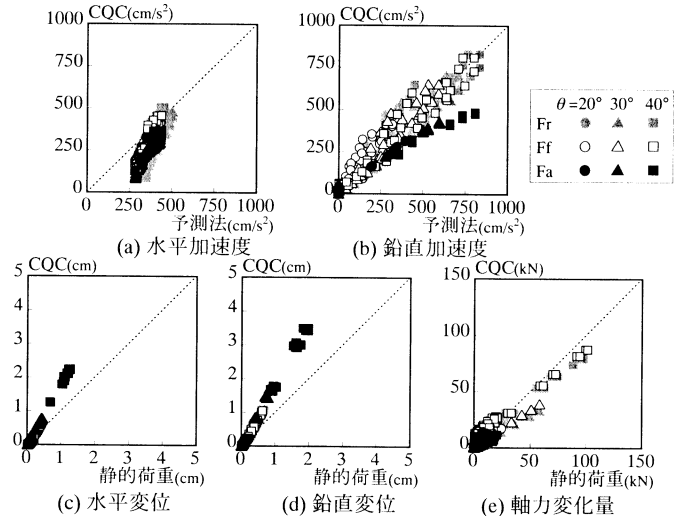


図16 予測法による加速度と静的地震荷重の精度(Fx θ -100-100)

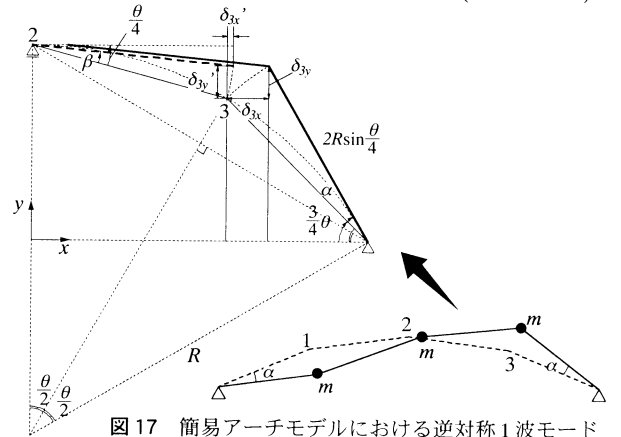


図17 簡易アーチモデルにおける逆対称1波モード

$$\delta_{3x}' = 2R \sin \frac{\theta}{4} \left\{ \cos \left(\frac{\theta}{4} - \beta \right) - \cos \frac{\theta}{4} \right\} \quad (15)$$

$$\delta_{3y}' = 2R \sin \frac{\theta}{4} \left\{ \sin \frac{\theta}{4} - \sin \left(\frac{\theta}{4} - \beta \right) \right\} \quad (16)$$

微小変形の仮定より (13) ~ (16) 式を $\sin \alpha = \alpha$, $\cos \alpha = 1$ として変形し, $\delta_{3y} = \delta_{3y}'$, $\delta_{2x} = \delta_{3x} - \delta_{3x}'$ と置くことにより, 固有ベクトル $\mathbf{u}$ が以下の様に得られる。

$$\mathbf{u}^T = [\delta_{1x}, \delta_{1y}, \delta_{2x}, \delta_{2y}, \delta_{3x}, \delta_{3y}]$$

$$= \left[\sin \frac{3}{4}\theta, -\cos \frac{3}{4}\theta, 2 \sin \frac{\theta}{4}, 0, \sin \frac{3}{4}\theta, \cos \frac{3}{4}\theta \right] \quad (17)$$

ただし $u = 2R \alpha \sin(\theta/4) \cdots (18)$ とする。これより水平入力に対する曲げ変形モードの刺激係数 β_{R1} 及び有効質量 M_{R1} は次式で表される。

$$\beta_{R1} = \frac{\mathbf{u}^T \mathbf{m} \mathbf{I}_x}{\mathbf{u}^T \mathbf{m} \mathbf{u}} = \frac{2 \left(\sin \frac{3}{4}\theta + \sin \frac{\theta}{4} \right)}{u \left(2 + 4 \sin^2 \frac{\theta}{4} \right)} = \frac{\sin \frac{3}{4}\theta + \sin \frac{\theta}{4}}{u \left(1 + 2 \sin^2 \frac{\theta}{4} \right)} \quad (19)$$

$$M_{R1} = \frac{(\mathbf{u}^T \mathbf{m} \mathbf{I}_x)^2}{\mathbf{u}^T \mathbf{m} \mathbf{u}} = \frac{2m \left(\sin \frac{3}{4}\theta + \sin \frac{\theta}{4} \right)^2}{1 + 2 \sin^2 \frac{\theta}{4}} \quad (20)$$

ただし, $\mathbf{m}$ は対角項が $m_{ii} = [m, m, m, m, m, m]$ である質量マトリクス, $\mathbf{I}_x$ は水平成分のみ 1 で他は 0 となるベクトルである。全有効質量 M_R は $3m$ となり, 式 (20) で表される M_{R1} を除いた残りの有効質量 M_{R2} は, 本来軸変形に伴う振動モードにより与えられるが, 本モデルでは軸変形を 0 としているため, 地動と同一となる。従って, M_{R2} は次式で表される。

$$M_{R2} = M_R - M_{R1} = 3m \left\{ 1 - \frac{2 \left(\sin \frac{3}{4}\theta + \sin \frac{\theta}{4} \right)^2}{3 \left(1 + 2 \sin^2 \frac{\theta}{4} \right)} \right\} \quad (21)$$

半開角 θ が小さくなるにつれ M_{R2} は M_{R1} に比して大きくなり, $\theta = 0^\circ$ で M_{R2} が 100% となる。付録 1 に, これをさらに単純化した 2 質点モデルの計算例を併せて示す。

Gupta¹⁷⁾ は, 剛体に近い振動モードと他のモードを伴う振動応答の最大値を求める方法として, 地動と他のモードの SRSS で評価する方法を示している。これを参考に, アーチ各点の応答加速度 $\mathbf{a}_R$ を, 曲げ変形モードの応答と軸変形(地動)モードの応答を SRSS で合成することにより, 次式で評価する。

$$\mathbf{a}_R = [a_{1x}, a_{1y}, a_{2x}, a_{2y}, a_{3x}, a_{3y}]^T$$

$$= \sqrt{(S_{Ap} \beta_{R1} \mathbf{u})^2 + \left(S_{Ag} \mathbf{I}_x \cdot \frac{M_{R2}}{M_R} \right)^2} \quad (22)$$

なお (22) 式の第 1 項は曲げ変形モードの固有周期が図 5 の S_{Ap} の領域に位置していることを前提としている。(22) 式の応答加速度 $\mathbf{a}_R$ を S_{Ag} で除すと応答増幅率が得られる。モデル化応答スペクトル BRI-L1 は $S_{Ap} = 3S_{Ag}$ であることから, 応答増幅率は次式となる。

$$\frac{\mathbf{a}_R}{S_{Ag}} = \sqrt{(3\beta_{R1} \mathbf{u})^2 + \left(\mathbf{I}_x \cdot \frac{M_{R2}}{M_R} \right)^2} \quad (23)$$

図 18 に, (23) 式で表される応答増幅率を示す。図中のプロットは, $Rx\theta$ -100 モデルの CQC 法による応答増幅率である。また, 山田大彦⁸⁾ により設定された数値解析によるアーチ最大応答加速度の包絡線を併せて示す。(23) 式の増幅率は, $Ra\theta$ -100 の CQC 法の増幅率と概ね対応しており, 円筒シェル Rr , Rf ではアーチ Ra に比べて

増幅率が增大する傾向が見られる。

次に, 下部構造付きモデルを図 19 に示すような 1 質点系モデル, 2 質点系モデルに置き換える。図中の M_{Req} , M_{Seq} はそれぞれ屋根及び下部構造の有効質量であり, $M_{Req} = M_{R1}$, $M_{Seq} = M_S + M_{R2}$ (ただし, $M_{R1} + M_{R2} = M_R$) とする。 K_R , K_S は屋根及び下部構造の剛性を用いる。 K_S を変化させ, 1 質点系モデルの応答加速度 A_{eq} に対する, 等価 2 質点系モデルの上層の応答加速度 A_R の増幅率 A_R/A_{eq} を求める。

K_R , K_S は屋根モデルの逆対称 1 波の固有周期 T_R と固有周期比 R_T を用いて次式により設定する。

$$K_S = \frac{M_{eq}}{(T_{eq}/2\pi)^2} = \frac{M_{Req} + M_{Seq}}{(R_T T_R/2\pi)^2} = \frac{M_R + M_S}{(R_T T_R/2\pi)^2} \quad (24)$$

$$K_R = \frac{M_{Req}}{(T_R/2\pi)^2} \quad (25)$$

以上の 2 質点系モデルの固有値計算を行い, 得られた 1 次モードと 2 次モードのモデル化応答スペクトルに対する応答加速度 S_{A1} , S_{A2} を SRSS で合成すると,

$$\mathbf{a}_2 = [A_S, A_R]^T$$

$$= \sqrt{(S_{A1} \beta_1 \mathbf{u})^2 + (S_{A2} \beta_2 \mathbf{u})^2} \quad (26)$$

となり, 2 質点系モデルの上層の応答加速度 A_R が得られる。そこで支持架構上部を地表に置き換え, (22) 式の S_{Ap} を A_R , S_{Ag} を A_{eq} とし, これを A_{eq} で除すことにより応答増幅率が得られる。

$$\frac{\mathbf{a}_R}{A_{eq}} = \sqrt{\left(\frac{A_R}{A_{eq}} \beta_{R1} \mathbf{u} \right)^2 + \left(\mathbf{I}_x \cdot \frac{M_{R2}}{M_R} \right)^2} \quad (27)$$

図 20 に, (7), (8) 式で表される提案式の増幅率と, (27) 式で表される増幅率を示す。なお, (b) 鉛直応答増幅率は (27) 式を $C_V \theta$ で除している。(27) 式の増幅率の計算には, $Fa\theta$ -100-x モデルの条件を用いる。図中のプロットは, $Fa\theta$ -100-x モデルの CQC 法による応答

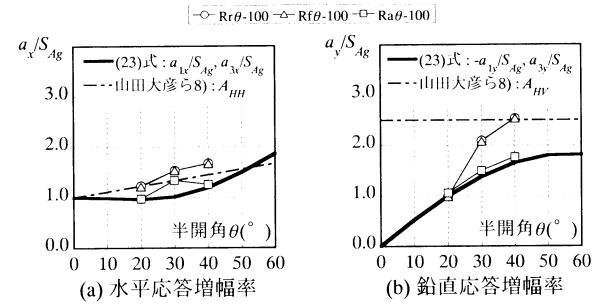


図 18 屋根モデルの応答増幅率

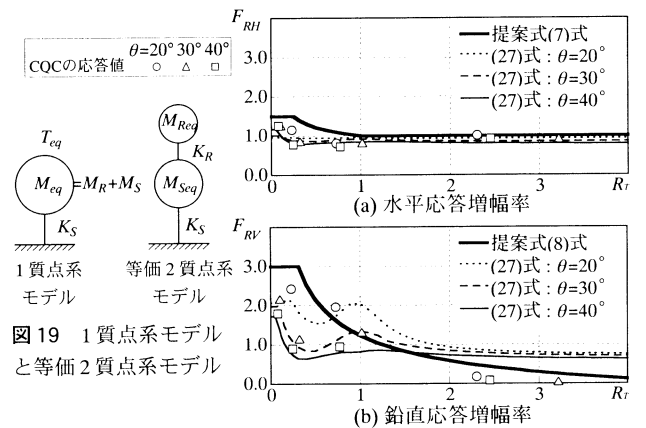


図 19 1 質点系モデルと等価 2 質点系モデル

図 20 下部構造付きモデルの応答増幅率

値である。同図より、(27)式による増幅率は、CQC法による応答値、及び(7)、(8)式による提案式の増幅率と概ね対応している。ただし、 R_T が大きい部分の F_{RV} では屋根全体が剛体モードに移行する効果を(27)式では表現できていないため差が大きくなっている。以上より、提案した予測法は簡易モデルによりその構成が説明可能であることが分かる。増幅率が屋根の逆対称1波モードと下部構造の同位相モードと逆位相モードにより説明できるという特性は、加藤ら¹⁴⁾が支持架構付きドームにおいて示した特性とも一致している。この特性より、下部構造の質量比の大きな領域では、 $R_T=1$ 近傍の励起が予想されるため、本研究で提案した予測式の適用範囲は、屋根主体の構造(M_S/M_R が0.2程度以下)とする。

8. 結

下部構造に支持された屋根型円筒シェル構造の半開角、面外剛性及び下部構造の剛性を変化させたモデルについて、応答評価手法を誘導し、その精度を確認した。また、境界条件を変化させ、アーチとした場合の理論応答解を単純化したモデルにより誘導し、解析解による結果との比較を行った。得られた知見を以下に示す。

- 1) 円筒シェル構造でCQC法による最大応答値を時刻歴応答解析結果と精度良く対応させるために必要な有効質量比は、ドーム構造より多く、98%程度となる。ただし、屋根面外剛性が小さい場合、有効質量比に関わらず精度が落ちる場合がある。
- 2) デプス/スパン比1/100程度以上の支持架構付き円筒シェル屋根各部の最大応答加速度は、ドーム屋根と同様に、屋根逆対称1次モードと等価1質点系モデルの固有周期比 R_T の関数で表される増幅率を用いて概ね評価できる。この場合、鉛直応答増幅率はドームと同様の値をとるが、水平応答増幅率はドームより小さい値となる。
- 3) 提案した応答増幅率は、簡易アーチモデルと下部構造を組み合わせた2質点系モデルの応答特性により説明が可能である。

なお、円筒シェル屋根の地震応答は入力方向に大きな影響を受けると考えられる。今回の検討は梁間方向の入力のみを取り扱ったが、桁行き方向、斜め方向からの入力に対する応答評価については今後の課題とする。

参考文献

- 1) 竹内明子、山田聖志、多田敬幸：単層円筒ラチスシェル屋根を有する鋼構造物の地震応答性状、鋼構造論文集、第6巻第23号、pp.91-98、1999.9
- 2) 山田聖志、廣澤孝明、安田勝範：単層屋根型円筒ラチス構造の地震時の水平反力特性、日本建築学会大会学術講演梗概集(東北)、B-1分冊、pp.925-926、2000.9
- 3) 山田聖志、廣澤孝明：単層屋根型円筒ラチス構造の地震時応答特性の分析、日本建築学会大会学術講演梗概集(関東)、B-1分冊、pp.807-808、2001.9
- 4) 山田聖志、廣澤孝明、近田純生ほか：屋根型円筒ラチスシェルの振動性状と静的地震荷重(その1-2)、日本建築学会大会学術講演梗概集(北陸)、B-1分冊、pp.795-798、2002.8
- 5) 山田聖志、松本幸大、加藤史郎：屋根型単層円筒ラチスの地震動による応答性状と静的地震荷重に関する考察、鋼構造論文集、第11巻第41号、pp.33-46、2004.3
- 6) 山田聖志、松本幸大：屋根型単層円筒ラチスの静的地震荷重に関する考察、日本建築学会大会学術講演梗概集(北海道)、B-1分冊、pp.869-870、2004.8
- 7) 鄭讃愚、山田大彦：アーチの地震時加速度応答分布特性(変位、加速度、緑応力または反力を判定基準とした分布特性)、日本建築学会大会学術講演梗概集(東北)、B-1分冊、pp.859-860、2000.9
- 8) 篠原陽介、鄭讃愚、山田大彦：アーチの地震時加速度応答分布特性(その2)、(その3)、日本建築学会大会学術講演梗概集(関東)、B-1分冊、pp.765-768、2001.9
- 9) 篠原陽介、鄭讃愚、山田大彦：アーチの地震時加速度応答分布特性(その4)、日本建築学会大会学術講演梗概集(北陸)、B-1分冊、pp.739-740、2002.8
- 10) 山田大彦：空間構造の地震応答に及ぼす下部構造の影響に関する初歩的考察、第10回「シェル、空間構造セミナー資料、日本建築学会、2001.11
- 11) 加藤史郎、石川浩一郎、高シ：上下振動を考慮した大スパンアーチ構造の等価静的地震力、日本建築学会大会学術講演梗概集(関東)、B-2分冊、pp.479-480、2001.9

- 12) 末岡利之、元結正次郎、佐賀信輔、日比野智也：水平地震動を受けるアーチ架構の幾何学的非線形性を考慮した静的地震力の推定法(その1)、(その2)、(その3)、(その4)、日本建築学会大会学術講演梗概集(北海道)、B-1分冊、pp.791-796、2004.8
- 13) 加藤史郎、小西克尚：ラチスドームのPush-over analysisに基づく地震応答推定に関する一考察-1次モードが支配型の空間構造物に対する検討、日本建築学会構造系論文集、第561号、pp.153-160、2002.11
- 14) 小西克尚、加藤史郎、中澤祥二、倉本洋：ラチスドームのPush-over analysisに基づく地震応答推定に関する一考察-2つのモードが支配的な空間構造物に対する検討、日本建築学会構造系論文集、第569号、pp.89-96、2003.7
- 15) 竹内徹、小河利行、中川美香、熊谷知彦：応答スペクトル法による中規模ラチスドームの地震応答評価、日本建築学会構造系論文集、第579号、pp.71-78、2004.5
- 16) T.Takeuchi, T.Ogawa, M.Nakagawa and T.Kumagai : Response Evaluation of Medium-Span Lattice Domes with Substructures using Response Spectrum Analysis, IASS2004 Symposium, Montpellier, pp.204-205(CD-ROM pp.1-8), 2004.9
- 17) A.K.Gupta : Response Spectrum Method, CRC Press, 1992

付録1

2質点モデル(付図1(a))を用いて、3質点モデル(図17)と同様に応答増幅率を誘導することができる。同モデルにおいて、3質点モデルと同様に、各節点で曲げ回転バネを有し、軸変形は生じない(軸剛性 ∞)ものとする。水平入力に対する振動モードは逆対称1波の曲げ変形モードに限定できる。本モードの固有ベクトル u は以下ようになる。

$$u^T = [\delta_{1x}, \delta_{1y}, \delta_{2x}, \delta_{2y}]$$

$$= u \left[\sin \frac{3}{4} \theta, -\cos \frac{3}{4} \theta, \sin \frac{3}{4} \theta, \cos \frac{3}{4} \theta \right] \quad (\text{付1})$$

ただし、 u は(18)式と同じである。これより、水平入力に対する曲げ変形モードの刺激係数 β_{R1} 、有効質量 M_{R1} は次式で表される。

$$\beta_{R1} = \frac{u^T m I_x}{u^T m u} = \frac{1}{u} \cdot \sin \frac{3}{4} \theta \quad (\text{付2})$$

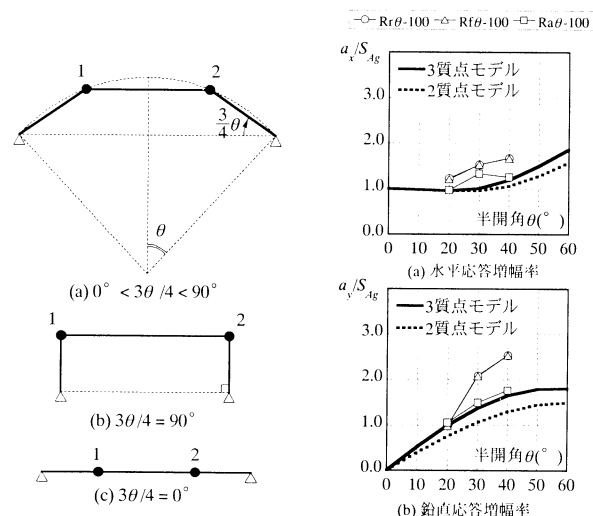
$$M_{R1} = \frac{(u^T m I_x)^2}{u^T m u} = 2m \sin^2 \frac{3}{4} \theta \quad (\text{付3})$$

全有効質量 M_R は $2m$ であり、 M_{R1} 以外の残りの有効質量は、軸変形(地動)モードの有効質量 M_{R2} となり、

$$M_{R2} = 2m \left(1 - \sin^2 \frac{3}{4} \theta \right) \quad (\text{付4})$$

M_{R1} 、 M_{R2} の比率は、 $3\theta/4=90^\circ$ (付図1(b))のとき $M_{R1}=2m(100\%)$ 、 $M_{R2}=0(0\%)$ となる。また、 θ が小さくなるにつれ、 M_{R1} の比率は低下し、 $3\theta/4=0^\circ$ (付図1(c))のとき $M_{R1}=0(0\%)$ 、 $M_{R2}=2m(100\%)$ となる。

以下、3質点モデルと同様の方法で、応答増幅率 a_R/S_{Ag} が得られる。付図2に、2質点モデルの応答増幅率を、3質点モデルの値とあわせて示す。各応答増幅率は類似した傾向を示すことが分かる。



付図1 2質点モデル

付図2 屋根モデルの応答増幅率

(2005年2月1日原稿受理、2005年7月19日採用決定)