

地動加速度を用いた応答スペクトル法による 鉄骨置屋根体育館の設計用地震荷重の算出手法

CALCULATION METHOD OF DESIGN SEISMIC LOADS FOR RC GYMNASIUMS WITH STEEL ROOFS BY RESPONSE SPECTRUM ANALYSIS USING GROUND ACCELERATION

北牧 さくら^{*1}, 山下 哲郎^{*2}, 寺澤 友貴^{*3}, 竹内 徹^{*4}

*Sakura KITAMAKI, Tetsuo YAMASHITA, Yuki TERAZAWA
and Toru TAKEUCHI*

During major earthquakes, many damages were reported to RC gymnasiums with steel roofs. Previous studies have proposed methods to control the out-of-plane response, which is the main cause of damage. However, a method for calculating the design seismic loads that considers the vibration characteristics of the entire structure, including the out-of-plane response, has not yet been proposed. Therefore, in this paper, we propose a method to calculate the design seismic loads for RC gymnasiums with steel roofs by the response spectrum analysis using ground acceleration.

Keywords : *Gymnasiums, Response Spectrum Analysis, Seismic Loads, Ground Acceleration, Seismic Response, CQC Method*

鉄骨置屋根体育館, 応答スペクトル法, 地震荷重, 地動加速度, 地震応答, CQC 法

1. 序

鉄骨大スパン屋根が柱頭の支承部を介して RC の下部構造と接続されている体育館は、鉄骨置屋根体育館と呼ばれる¹⁾。鉄骨置屋根体育館は災害時の避難所として使用されており、大地震発生後も継続的な使用が求められるが、2011年の東北地方太平洋沖地震や2016年の熊本地震では、RC片持ち柱周辺の屋根トラス部材や支承部の損傷が多く報告された^{2),3)}。これらの被害報告には、従来耐震改修を要しないとされている新耐震基準後の体育館も含まれており、今後予想される大地震に対して新たな耐震改修・設計手法の確立が必要とされている。このような状況を踏まえ、鉄骨置屋根体育館の地震応答に関する研究は精力的に行われており、損傷メカニズムについては成田ら⁴⁾、寺澤ら⁵⁾によって詳細に分析され、RC片持ち構面の構面外応答が主要原因であることが明らかにされている。また、構面外応答による支承部応力の簡易的な評価手法がラチスシェル屋根構造設計指針⁶⁾（以下、指針と呼ぶ）に示されている。さらに、エネルギー吸収型支承を用いるなどした構面外応答制御手法が成田ら⁷⁾、寺澤ら⁸⁾によって提案されている。

しかしこれまでの研究は、損傷の主原因とされる構面外応答を引き起こす RC 片持ち構面の応答のみに焦点を当てたものがほとんどである。また、各層に床を持たず剛床仮定が成立しない鉄骨置屋根体育館において、剛床を仮定して新耐震設計法に基づき算出する地震荷重は応答を危険側に評価する可能性があり⁹⁾、さらに下部構造が耐震壁

を含む RC 造で、構面の方向によって極端な剛性の差が生じる鉄骨置屋根体育館において、その構造全体の振動特性を考慮した設計用地震荷重の算出手法は提案されていない。

一方で、ライズを有する屋根構造の地震荷重分布に関する研究は多く行われており¹⁰⁾⁻¹⁶⁾、設計用地震荷重の近似的算出手法は指針⁶⁾にまとめられている。また、完全二次結合法（以下、CQC法と呼ぶ）による加速度の応答推定値が時刻歴応答解析結果と良好に一致することも確認されている。しかし、これらは主に屋根構造の応答そのものや下部構造が屋根構造の応答に及ぼす影響を論じており、構面の方向によって極端な方向性が生じる下部構造を含めた構造全体の設計用地震荷重の算出手法に関する研究例はみられない。

そこで本論では、実際の体育館に多い複層のライズの低い平板状屋根を有し、下部構造を耐震壁付 RC 造とした鉄骨置屋根体育館を対象として、下部構造も含めた構造全体の設計用地震荷重の近似的算出手法を提案する。以下2章では、対象となる鉄骨置屋根体育館の構造概要と振動特性を述べる。次の3章では、加速度について CQC 法による応答推定値と時刻歴応答解析結果とを比較し、CQC 法の問題点について述べ、応答スペクトル法に使用する加速度応答スペクトルについても説明する。続く4章では、Gupta¹⁷⁾の提案した地動加速度を用いた応答スペクトル法の適用性を検証する。最後の5章では、提案手法による加速度応答推定値と節点質量との積を静的地震荷重として載荷し、設計用地震荷重の算出手法について妥当性を検証する。

*1 元 工学院大学建築学専攻大学院生 修士（工学）

*2 工学院大学建築学部 教授・博士（工学）

*3 東京科学大学建築学系 准教授・博士（工学）

*4 東京科学大学 名誉教授・博士（工学）

Former Grad. Student, Architecture Program in Graduate School, Kogakuin University, M.Eng.

Prof., School of Architecture, Kogakuin University, Dr.Eng.

Assoc. Prof., Dept. of Arch. and Build. Eng., Institute of Science Tokyo, Dr.Eng.

Prof. Emeritus, Institute of Science Tokyo, Dr.Eng.

2. 対象構造物の概要と数値解析モデル

対象構造物と数値解析モデルを Fig.1 に、主要部材諸元を Table.1 に示す。数値解析モデルは実在する鉄骨置屋根体育館を簡略化してモデル化したもので、鉄骨立体トラス屋根が支承部を介して RC 下部構造に支持されている。RC 下部構造は 1FL 以外に床がない、X 方向 42m、Y 方向 32m、高さ 12m の耐震壁付ラーメン架構で、鉄骨屋根は 1 グリッドを 3.2m×3.0m、トラスせいを 1.6m とする平板の鋼製システムトラス構造である。また、支承部は Fig.2 のように、屋根の自重や温度応力による変形を逃がすため、下部構造の構面外方向に屋根をローラー支持するスライド支承を想定しており、ローラー方向には下部構造の構面外応答が生じることに注意する。また、ここでは支承部の摺動に関する摩擦は無視する。

RC 下部構造の柱梁は構面内の曲げ剛性を初期弾性剛性として、構面外の等価曲げ剛性を初期弾性剛性に曲げ降伏時の剛性低下率 α_y を乗じた割線剛性とする。いずれも弾性梁要素でモデル化し、柱脚は全て固定支持とする。ここで、RC 柱梁のシアスパン比 (a/D) は、剛性低下率 α_y を算定する菅野式¹⁹⁾の適用範囲 (2.0~5.0) を大幅に超えているため、鉄骨置屋根体育館を想定した片持ち RC 長柱 ($a/D = 5.3, 10.3$) の実験結果¹⁹⁾から得た剛性低下率 ($\alpha_y = 0.175, 2.002$) の線形補間より設定する。耐震壁はシェル要素の弾性体でモデル化し、壁自体の構面外弾性剛性を無視するため、面外方向をピン、面内方向を固定として周辺架構に接続する。支承部は、ローラー方向にせん断剛性が極端に小さいせん断ばね ($4.0 \times 10^{-6} \text{N/mm}$)、ローラー方向と直交方向にはアンカーボルトの回転剛性を考慮した弾性回転ばねを用いてモデル化する²⁰⁾。また、鉄骨立体トラスはすべて弾性梁要素でモデル化し、支承部とはピン接合とする (Fig.3 参照)。

モデルの節点質量について、RC 下部構造は躯体重量 24kN/m^3 、鉄骨屋根は固定荷重 1kN/m^2 より換算して設定する。

解析には OpenSeesPy²¹⁾を用いる。Fig.4 に主な卓越固有振動モード、および固有周期と有効質量比を示す。X 方向の 1 次モード、Y 方向の 2 次モード共に RC 片持ち構面の構面外応答を生じるモードを確認できるが、その有効質量比は概ね 20% である。また、耐震壁付ラーメン構面に変形を生じるモードは、X 方向の 45 次モードで鉄骨屋根と耐震壁付ラーメン構面の連成モード、Y 方向の 18 次モードで鉄

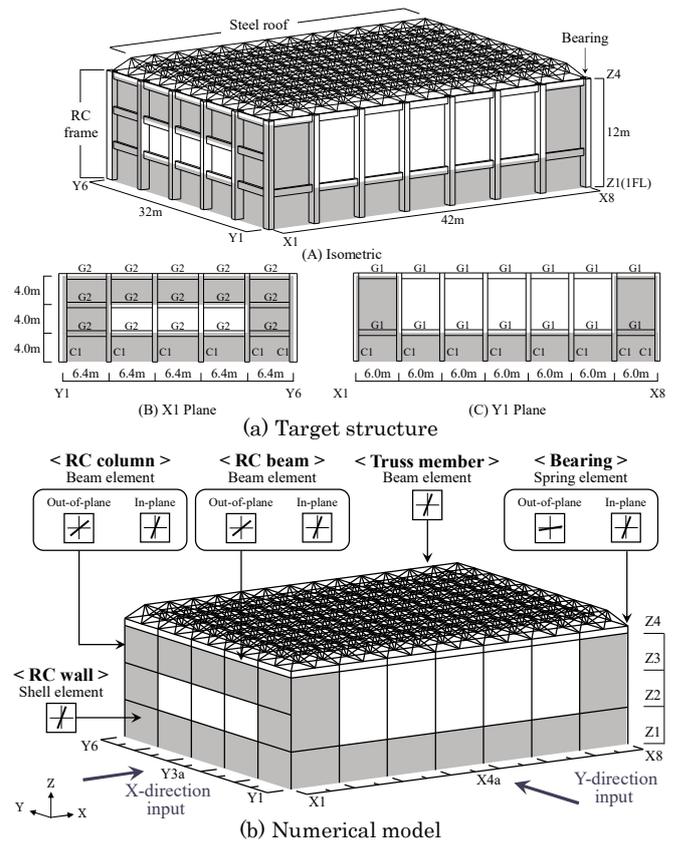


Fig.1 Target structure and Numerical model

Table.1 Member specifications

(a) RC members								
	RC section (mm)	A (mm ²)	E (N/mm ²)	Mc (Nmm)	My (Nmm)	a (mm)	a/D (-)	α_y (-)
C1	700×1100	7.700×10^5	-	5.456×10^8	1.791×10^9	12000	10.909	0.203
G1	800×350	2.800×10^5	2.659×10^4 (F _c 30)	5.357×10^7	9.052×10^7	3000	8.571	0.192
G2	-	-	-	-	-	3200	9.142	0.194
Wall	t=200	-	-	-	-	-	-	-

(b) Roof members				(c) Bearings	
Truss section (mm)	A (mm ²)	E (N/mm ²)	I (mm ⁴)	K _{BS} (Nmm/rad)	
Chord	φ139.8×4.5	1.973×10^3	4.382×10^6	Bearing 7.770×10^9	
Diagonal	φ76.3×2.8	6.465×10^2	4.372×10^5	K _{BS} : Rotational stiffness	

A: Area, E: Young's modulus, Mc: Cracking moment, My: Yield moment, a: Shear span, a/D: Shear span ratio, α_y : Stiffness reduction ratio

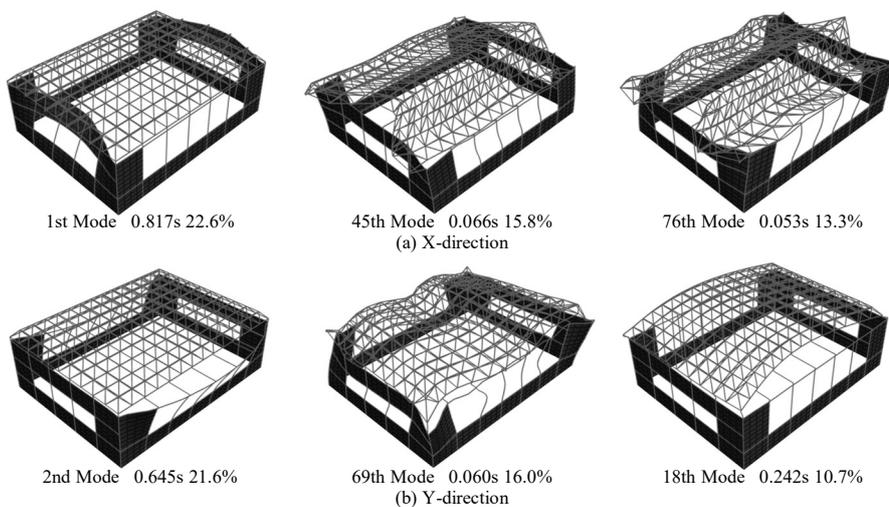


Fig.4 Influential eigenmodes

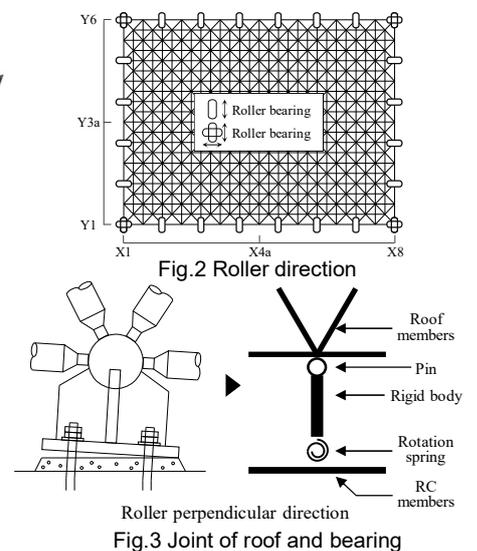


Fig.3 Joint of roof and bearing

骨屋根が並進するモードを確認できるが、いずれも有効質量比に着目すると支配的モードはみられない。また、構面外変形を生じるモードは比較的長周期であるが、構面内変形を生じるモードの周期は短い。

3. CQC 法による応答推定と問題点

3.1 CQC 法による応答推定

CQC 法は高次モードの影響が大きく、モード間の周波数が近接する構造について応答スペクトル法を用いる際に使用されており、指針^④では採用モードの累積有効質量比が 90%程度以上であれば十分な精度が得られるとしている。本論では 300 次モードまでを考慮し、累積有効質量比は X 方向で 90.38%、Y 方向で 92.69%となる。CQC 法における自由度 s の最大応答推定値 $|\ddot{u}_s|_{max}^{CQC}$ は式(1)で与えられる^④。

$$|\ddot{u}_s|_{max}^{CQC} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \ddot{u}_{si} \rho_{ij} \ddot{u}_{sj}} \quad (1)$$

$$\ddot{u}_{si} = \beta_i \phi_{si} S_A(T_i, h_i), \quad \ddot{u}_{sj} = \beta_j \phi_{sj} S_A(T_j, h_j) \quad (1)$$

ここで、 n は採用モード次数、 β_i は i 次の刺激係数、 ϕ_{si} は自由度 s における i 次のモード、 $S_A(T_i, h_i)$ は i 次の加速度応答スペクトル、 T_i は i 次の固有周期、 h_i は i 次の減衰定数、 ρ_{ij} は i 次と j 次とのモード相関係数で、式(2)で表される^④。

$$\rho_{ij} = \frac{8\sqrt{h_i h_j} \{ \gamma_j^2 h_i + 4\gamma_i h_j (h_j + \gamma h_i) \} \sqrt{\gamma}}{\sqrt{(1+4h_i^2)(1+4h_j^2)\{(1-\gamma^2)^2 + 4h_i h_j \gamma (1+\gamma^2) + 4(h_i^2 + h_j^2)\gamma^2\}}} \quad (2)$$

ここで、 γ は i 次と j 次との固有円振動数比 ω_j/ω_i である。Fig.5 にモード相関係数を示す。モード相関係数は $0 \leq \rho_{ij} \leq 1$ で分布しており、モード間の相関は大きいことがわかる。減衰は Fig.6 に示すようにレーリー減衰とし、有効質量比の大きいモードの減衰定数を 0.03 に設定する。

3.2 加速度応答スペクトルと入力地震動

応答スペクトル法において周期のごく短いモードを応答推定に用いるため、各次モードの減衰の影響を考慮したうえで、固有周期 0 秒

における加速度応答が地動加速度の最大値となる加速度応答スペクトルを使用する。はじめに、設計によく用いられる告示による加速度応答スペクトル $S_a(T_i, h_i)$ を示す²²⁾。

$$S_a(T_i, h_i) = \begin{cases} (3.2 + 30T_i)G_S Fh & (0 \leq T_i < 0.16) \\ 8G_S Fh & (0.16 \leq T_i < 0.64) \\ 5.12G_S Fh/T_i & (0.64 \leq T_i) \end{cases} (m/s^2) \quad (3)$$

$$G_S = \begin{cases} 1.5 & (0 \leq T_i < 0.64) \\ 1.5(T_i/0.64) & (0.64 \leq T_i < 0.864) \\ 2.025 & (0.864 \leq T_i) \end{cases} \quad (4)$$

$$Fh = 1.5/(1 + 10h_i) \quad (5)$$

ここで、 G_S は第二種地盤を想定した表層地盤による加速度の増幅率、 Fh は減衰補正係数である。Fig.7 に各固有周期における減衰補正係数を示す。固有周期 0 秒において、 $Fh = 0$ なので、 $S_a(0, h_i) = 0$ となる。しかし本来、固有周期 0 秒における加速度応答は地動加速度の最大値と等しい。従って本論ではこの点を考慮し、Eurocode²³⁾を参考として加速度応答スペクトル $S_A(T_i, h_i)$ を式(6)に定める。Fig.8 に式(6)による加速度応答スペクトル $S_A(T_i, h_i)$ を示す。

$$S_A(T_i, h_i) = \begin{cases} 3.2G_S \{1 + (2.5Fh - 1)T_i/0.16\} & (0 \leq T_i < 0.16) \\ 8G_S Fh & (0.16 \leq T_i < 0.64) \\ 5.12G_S Fh/T_i & (0.64 \leq T_i) \end{cases} (m/s^2) \quad (6)$$

時刻歴応答解析に用いる入力地震動は、Fig.9 に示すように式(6)の加速度応答スペクトルに適合した 3 波 (El Centro, Hachinohe, Taft 位相) とする。ここに、 $S_A(T_i, 0.05) = S_a(T_i, 0.05)$ である。また、数値解析手法は Newmark β 法 ($\beta=1/4$) とし、X 方向と Y 方向それぞれに 50 秒間入力を行い、解析刻み時間は 0.002 秒とする。

3.3 CQC 法による応答推定値と時刻歴応答解析結果の比較

はじめに、時刻歴応答解析によって得られた最大加速度応答分布を Fig.10 に示す。ここで最大加速度応答は 3 波平均とし、各質点の加

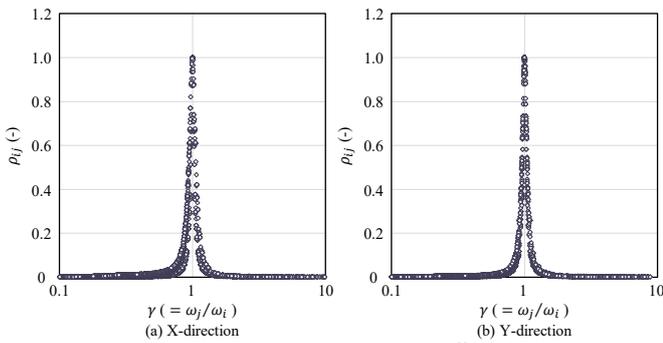


Fig.5 Modal correlation coefficient

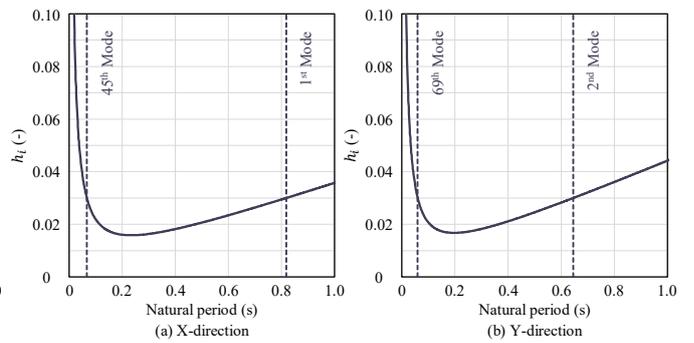


Fig.6 Damping ratio

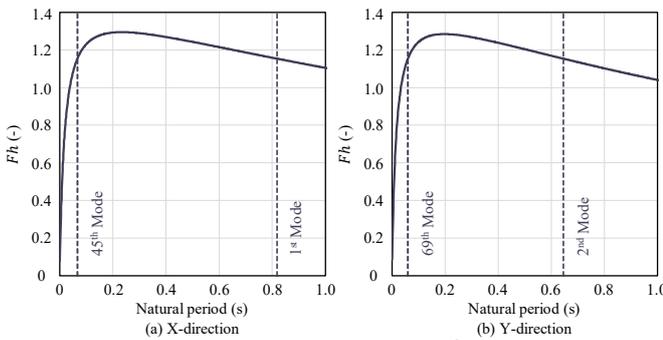


Fig.7 Damping correction factor

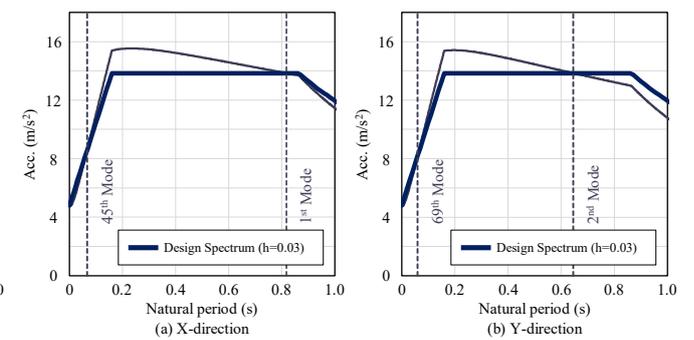


Fig.8 Acceleration response spectrum

速度応答が最大となる時刻は一致しないことに注意する。構面内応答を生じる耐震壁付ラーメン構面について、水平方向の加速度分布は概ね一様となるが、構面外応答を生じる RC 片持ち構面と鉄骨屋根については、中央付近の加速度が大きい。鉄骨置屋根体育館の RC 下部構造は、構面の方向によって極端に剛性が異なるため、加速度分布も構面ごとに異なる性質を持つことがわかる。

続いて、Fig.11 は加速度について CQC 法による応答推定値と時刻歴応答解析結果との比較を示したものである。ここで、同図の Ave. は時刻歴応答解析結果の 3 波平均を示す。

Fig.11(c) の鉄骨屋根では、X、Y 方向共に CQC 法による応答推定値が時刻歴応答解析結果とよく一致している。ライズを有する屋根構造においては、CQC 法による応答推定値が面外、面内共に時刻歴応答解析結果と良好に一致することが既往の論文^{例え 12),13)}にて示されているが、本論における平板のシステムトラス屋根構造の面内応答についても良好に一致する。

次に、Fig.11(a) の構面外応答を生じる RC 片持ち構面では、構面外変形が最大となる時刻において加速度の最大応答が発生しており、CQC 法による応答推定値も概ね時刻歴応答解析結果と一致している。しかし、下層に行くほど乖離が大きくなり CQC 法は過小評価となる傾向がみられる。

最後に、Fig.11(b) の構面内応答を生じる耐震壁付ラーメン構面では、鉄骨置屋根体育館全体の水平支点反力が最大となる時刻において加速度の最大応答が発生している。この時刻は上記の構面外応答が最大となる時刻とは一致しない。また、CQC 法による応答推定値は鉄骨屋根や RC 片持ち構面と比較すると乖離が大きく、特に最下層 (Z2) について顕著である。これは Fig.12 に示すように、本来自由度 s の刺激関数の合計 $\sum_{i=1}^{\infty} \beta_i \phi_{si}$ は 1 となるはずだが、モードを有限で打ち切るときに限らず、各次モードとも基礎付近などの相対応答は 0 に近くなり、 $\phi_{si} \approx 0$ となるため、 $\sum_{i=1}^{\infty} \beta_i \phi_{si} < 1$ となることが原因のひとつとして考えられる²⁴⁾。従って、下部構造の下層や耐震壁付ラ

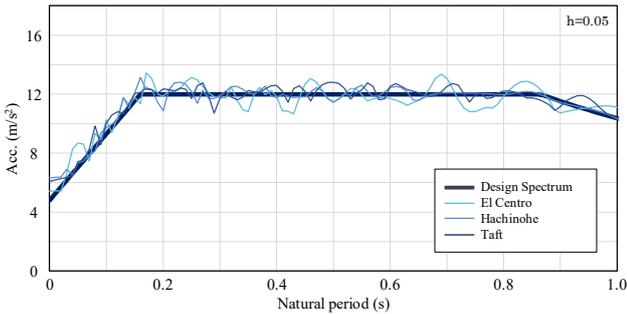


Fig.9 Acceleration response spectrum of input earthquake motion

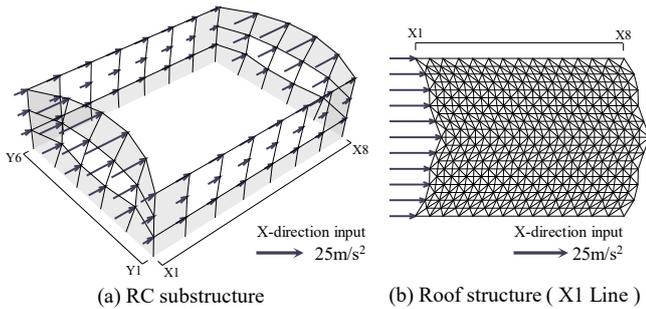


Fig.10 Acceleration distribution

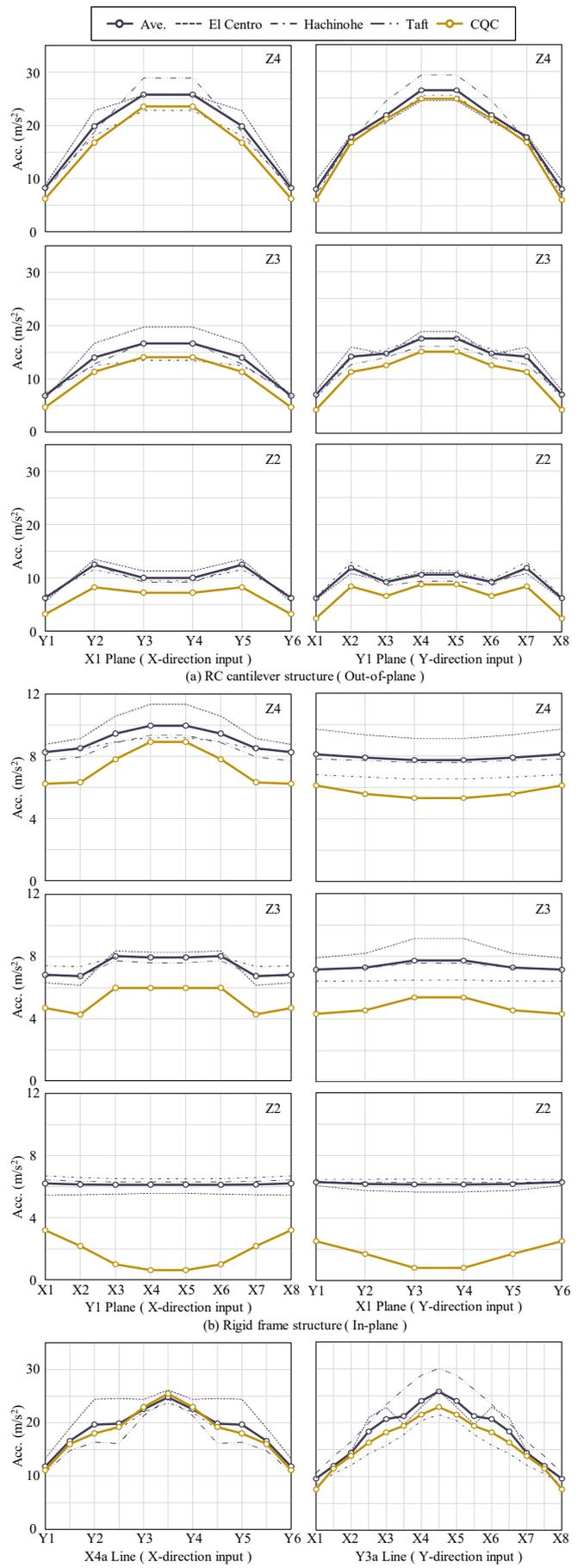


Fig.11 Comparison CQC method and time history analysis

ン構面など、剛体のように地動とほぼ同じ動きをする自由度については、CQC法による応答推定値の精度が低下していると考えられる。

また、Table.2に鉄骨置屋根体育館全体の水平支点反力が最大となる時刻における、RC片持ち構面と耐震壁付ラーメン構面の水平支点反力を示す。耐震壁付ラーメン構面は全体の水平支点反力の6割以上を負担しており、構造全体の地震荷重分布を考えるうえで耐震壁付ラーメン構面の負担せん断力が重要であることがわかる。このことを踏まえ、耐震壁付ラーメン構面を含めた構造全体の地震荷重を適切に評価する手法について次章より述べる。

4. 地動加速度を用いた応答スペクトル法による応答推定

指針 9)は採用モードの累積有効質量比が90%程度以上であればCQC法の十分な精度が得られるとしており、鉄骨の下部構造付ラチスシェルの地震応答を論じた既往の論文では、数個の固有モードを考慮すれば、累積有効質量比は90%に達する(例えば13),14)。しかし、本論の対象構造物のように方向によっては剛性と重量の非常に高い下部構造を有し、支配的なモードがみられない構造物において累積有効質量比が90%に達するには、300次モード程度まで固有モードを考慮する必要がある、例えば300次モードの周波数は60Hz程度である。前章にて、鉄骨屋根やRC片持ち構面では300次モードまでを考慮したCQC法による応答推定値は時刻歴応答解析結果と良好に一致することが示されたが、このような高周波数のモードの応答がどこまで実際の応力に影響するかは不明である。さらに、固有値解析の手法によっては、高次モードになるほど固有周波数やモード形状の精度は低下する可能性が高い。

また、式(1)のCQC法による応答推定は地動加速度を直接考慮していないため、鉄骨置屋根体育館においても耐震壁付ラーメン構面の応答のうち、特に下層について適切に応答推定できないといった問題が挙げられた。その一方で、剛性と固有周波数の極端に高い構造の応答は剛体的で地動に近いと予想される。そこで4章では、地動加速度を用いた応答スペクトル法について考える。まず、地動加速度を用いた応答スペクトル法の基本的な考え方を述べる。次に、Guptaによって提案された、モード応答と剛体に近い応答との二乗和平方根で応答推定する手法¹⁷⁾の適用性を検証する。この手法は各次モードから剛体応答成分を抽出している点に特徴があり、以下Gupta法と呼ぶ。

Table.2 Horizontal reaction force

(a) X-direction input $\times 10^6 N$					(b) Y-direction input $\times 10^6 N$				
	Elce	Hachi	Taft	Ave.		Elce	Hachi	Taft	Ave.
Out-of-plane	3.06	3.18	3.15	3.13	Out-of-plane	3.04	3.03	2.36	2.81
In-plane	5.23	7.65	4.55	5.81	In-plane	4.67	6.56	7.05	6.09
ALL	8.29	10.83	7.70	8.94	ALL	7.71	9.59	9.41	8.90

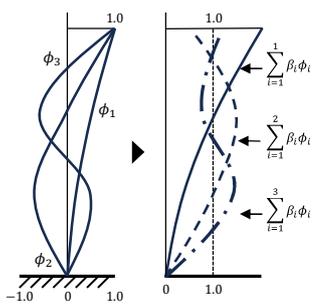


Fig.12 Sum of stimulus functions

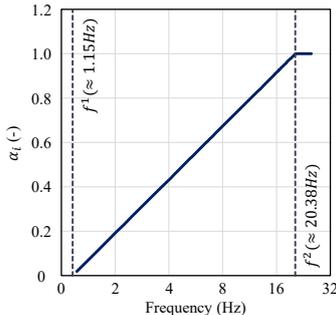


Fig.13 Rigid response coefficient

4.1 地動加速度を用いた応答スペクトル法の考え方

絶対加速度ベクトル $\{\ddot{u}_a\}$ は相対加速度ベクトル $\{\ddot{u}\}$ と地動加速度 \ddot{u}_g を用いて式(7)で表される。

$$\{\ddot{u}_a\} = \{\ddot{u}\} + \{1\}\ddot{u}_g \quad (7)$$

さらに、質点系の自由度をN個としたとき、相対加速度ベクトル $\{\ddot{u}\}$ についてモード展開すると絶対加速度ベクトル $\{\ddot{u}_a\}$ は式(8)となる。

$$\{\ddot{u}_a\} = \sum_{i=1}^N \ddot{q}_i \{\phi_i\} + \{1\}\ddot{u}_g = \sum_{i=1}^N \ddot{q}_{oi} \beta_i \{\phi_i\} + \{1\}\ddot{u}_g \quad (8)$$

ここで、 \ddot{q}_i は*i*次モードのモード係数、 $\{\phi_i\}$ は*i*次モードのモードベクトル、 $\ddot{q}_{oi} = \ddot{q}_i / \beta_i$ である。 \ddot{q}_{oi} は相対加速度応答なので有限個(*n*個)のモードを用いて式(8)を以下のように近似する。

$$\begin{aligned} \{\ddot{u}_a\} &\approx \sum_{i=1}^n \ddot{q}_{oi} \beta_i \{\phi_i\} + \{1\}\ddot{u}_g \\ &= \sum_{i=1}^n (\ddot{q}_{oi} + \ddot{u}_g) \beta_i \{\phi_i\} + \{1\}\ddot{u}_g - \sum_{i=1}^n \beta_i \{\phi_i\} \ddot{u}_g \\ &= \sum_{i=1}^n (\ddot{q}_{oi} + \ddot{u}_g) \beta_i \{\phi_i\} + (\{1\} - \sum_{i=1}^n \beta_i \{\phi_i\}) \ddot{u}_g \end{aligned} \quad (9)$$

式(9)について、モード応答部である初項は加速度応答スペクトル S_A を、第二項は固有周期0秒における加速度応答スペクトル S_{A0} (地動加速度の最大値)を用いて近似する手法が考えられる。以下、本論で採用するGupta法¹⁷⁾の概要を説明する。

4.2 Gupta法の概要

この手法は、剛性が高く(剛体に近い)固有周波数が高い構造ほどその加速度応答は地動加速度に接近するとの考え方にに基づき、高次モードの応答に直接的に地動加速度を導入する応答スペクトル法である。自由度*s*の最大加速度応答 $|\ddot{u}_s|_{max}^{Gupta}$ が式(10)で近似できると仮定する。

$$|\ddot{u}_s|_{max}^{Gupta} = \sqrt{(\ddot{u}_s^p)^2 + (\ddot{u}_s^r)^2} \quad (10)$$

ここで、 \ddot{u}_s^p と \ddot{u}_s^r をそれぞれ自由度*s*のモード応答成分と剛体応答成分と呼ぶ。モードの固有周波数が高いほど徐々に(絶対)加速度応答に含まれる地動加速度の影響が大きくなり、剛体応答成分が増加すると考え、*i*次モードのモード応答成分と剛体応答成分を式(11)で表す。

$$\ddot{u}_{si}^r = \alpha_i \ddot{u}_{si}^p, \quad \ddot{u}_{si}^p = \sqrt{1 - \alpha_i^2} \ddot{u}_{si} \quad (11)$$

ここに、 \ddot{u}_{si} は*i*次モードの最大加速度応答で、

$$\ddot{u}_{si} = \beta_i \phi_{si} S_A(T_i, h_i) \quad (12)$$

α_i は剛体応答係数で*i*次モードの応答と地動加速度の相関係数であり、 $0 \leq \alpha_i \leq 1$ である。 α_i は2つの周波数 f^1 と f^2 を用いて式(13)のように定める。

$$\alpha_i = \frac{\ln f_i / f^1}{\ln f^2 / f^1} \quad (13)$$

f_i は*i*次モードの固有周波数である。 α_i がそれぞれ0, 1となる周波数 f^1, f^2 について、Guptaは式(14)で与えており、本論でも同じ値を用いることとする。

$$f^1 = S_{Amax} / 2\pi S_{Vmax}, \quad f^2 = (f^1 + 2f^r) / 3 \quad (14)$$

ここで、式(6)の加速度応答スペクトルにおいて、加速度応答の最大値をとる固有周期 $T_{max} = 0.864s$ であり、この周期で S_{Vmax} も生じるとすると、 $f^1 = 1/0.864 \approx 1.15Hz$ である。 f^r は剛体周波数と呼ばれ、30Hzと定められており、 $f^2 \approx 20.38Hz$ となる。

式(10)~(12)より、 $f_i < f^1$ となるモードの応答は剛体応答成分が0、 $f_i > f^2$ となるモードの応答はモード応答成分が0となり、その間のモードの応答には両者の成分を有することとなる(Fig.13)。

次に地動との相関を考慮して、 \ddot{u}_s^p と \ddot{u}_s^r を表す。全自由度Nのうち $\alpha_i \leq 1$ 、すなわち $f_i < f^2$ となる低次のモードが*n*個あるとする。モ

ード応答成分 \ddot{u}_s^p はこれらの比較的低次のモードの重ね合わせであり、CQC 法を用いて式(15)となる。

$$\begin{aligned}\ddot{u}_s^p &= \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \ddot{u}_{si}^p \rho_{ij} \ddot{u}_{sj}^p} \\ &= \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sqrt{(1-\alpha_i^2) \ddot{u}_{si} \rho_{ij} \sqrt{(1-\alpha_j^2) \ddot{u}_{sj}}} \quad (15)\end{aligned}$$

一方、剛体応答成分 \ddot{u}_s^r もモードの重ね合わせで得られるが、含まれるすべてのモードの応答は地動と同位相であると仮定し、単純和で応答を算定する。

$$\ddot{u}_s^r = \sum_{i=1}^n \ddot{u}_{si}^r + \sum_{i=n+1}^N \ddot{u}_{si}^r = \sum_{i=1}^n \alpha_i \ddot{u}_{si} + \ddot{u}_{s0}^r \quad (16)$$

ここで、 \ddot{u}_{s0}^r は $n+1$ 次モードから N 次モードまでの剛体応答で、残差剛体応答と呼ぶ。

残差剛体応答は、本来 $n+1$ 次モードから N 次モードまでの固有値より算出することが望ましいが、前述したように各次モードとも基礎付近などの相対応答は 0 に近くなり、 $\phi_{si} \approx 0$ となるため、 $\sum_{i=1}^n \beta_i \phi_{si}$ が 1 に収束しにくくなることや、固有値解析の手法によっては高次モードになるほど固有周波数やモード形状の精度は低下する可能性が高いことから、残差剛体応答を N 次モードまでの固有値より算出することは現実的でない。そこで次のように考える。まず、地動に対する質点系の運動方程式を式(17)に示す。

$$\begin{aligned}[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} \\ = -[M]\{1\}\ddot{u}_g = -\sum_{i=1}^n [M]\beta_i \{\phi_i\} \ddot{u}_g \quad (17)\end{aligned}$$

ここで、 $[M]$ は質量マトリクス、 $[C]$ は減衰マトリクス、 $[K]$ は剛性マトリクス、 $\{u\}$ は応答変位ベクトル、 $\{1\}$ は地動の入力方向のみ 1、その他は 0 となるベクトル、 \ddot{u}_g は地動加速度、 β_i は i 次モードの刺激係数、 $\{\phi_i\}$ は i 次モードのモードベクトルである。さらに、 $n+1$ 次モードから N 次モードまでの変位応答ベクトルを $\{u_0\}$ とすると、 $n+1$ 次モードから N 次モードまでの運動方程式は式(18)のように表せる。

$$\begin{aligned}[M]\{\ddot{u}_0\} + [C]\{\dot{u}_0\} + [K]\{u_0\} \\ = -[M](\sum_{i=1}^n \beta_i \{\phi_i\} - \sum_{i=1}^n \beta_i \{\phi_i\}) \ddot{u}_g \\ = -[M](\{1\} - \sum_{i=1}^n \beta_i \{\phi_i\}) \ddot{u}_g \quad (18)\end{aligned}$$

ここで、 $n \sim N$ 次モードの固有周波数は高く、速度、変位は微小で無視できると考え、自由度 s の運動方程式を抽出すると、

$$m_s \ddot{u}_{s0} = -m_s (1 - \sum_{i=1}^n \beta_i \phi_{si}) \ddot{u}_g \quad (19)$$

であり、地動加速度の最大値を固有周期 0 秒の加速度応答スペクトル S_{A0} とすると、残差剛体応答 \ddot{u}_{s0}^r は式(20)となる。

$$\ddot{u}_{s0}^r = (1 - \sum_{i=1}^n \beta_i \phi_{si}) S_{A0} \quad (20)$$

以上から、自由度 s の最大応答推定値 $|\ddot{u}_s|_{max}^{Gupta}$ は式(21)となる¹⁷⁾。

$$\begin{aligned}|\ddot{u}_s|_{max}^{Gupta} &= \sqrt{(\ddot{u}_s^p)^2 + (\ddot{u}_s^r)^2} \\ &= \{(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sqrt{(1-\alpha_i^2) \ddot{u}_{si} \rho_{ij} \sqrt{(1-\alpha_j^2) \ddot{u}_{sj}}) \\ &\quad + (\sum_{i=1}^n \alpha_i \ddot{u}_{si} + (1 - \sum_{i=1}^n \beta_i \phi_{si}) S_{A0})^2\}^{\frac{1}{2}} \quad (21)\end{aligned}$$

4.3 Gupta 法による応答推定値と時刻歴応答解析結果の比較

Fig.14 は加速度について CQC 法と Gupta 法による応答推定値と時刻歴応答解析結果との比較を示したものである。ここで、同図の Ave. は時刻歴応答解析結果の 3 波平均を示す。Fig.14 (a) の RC 片持ち構面について、CQC 法と Gupta 法によるどちらの応答推定値も時刻歴応答解析結果と良好に一致したが、最下層 (Z2) については Gupta 法による応答推定値が特に時刻歴応答解析結果と良好な一致を示した。一方、CQC 法による応答推定値と時刻歴応答解析結果が

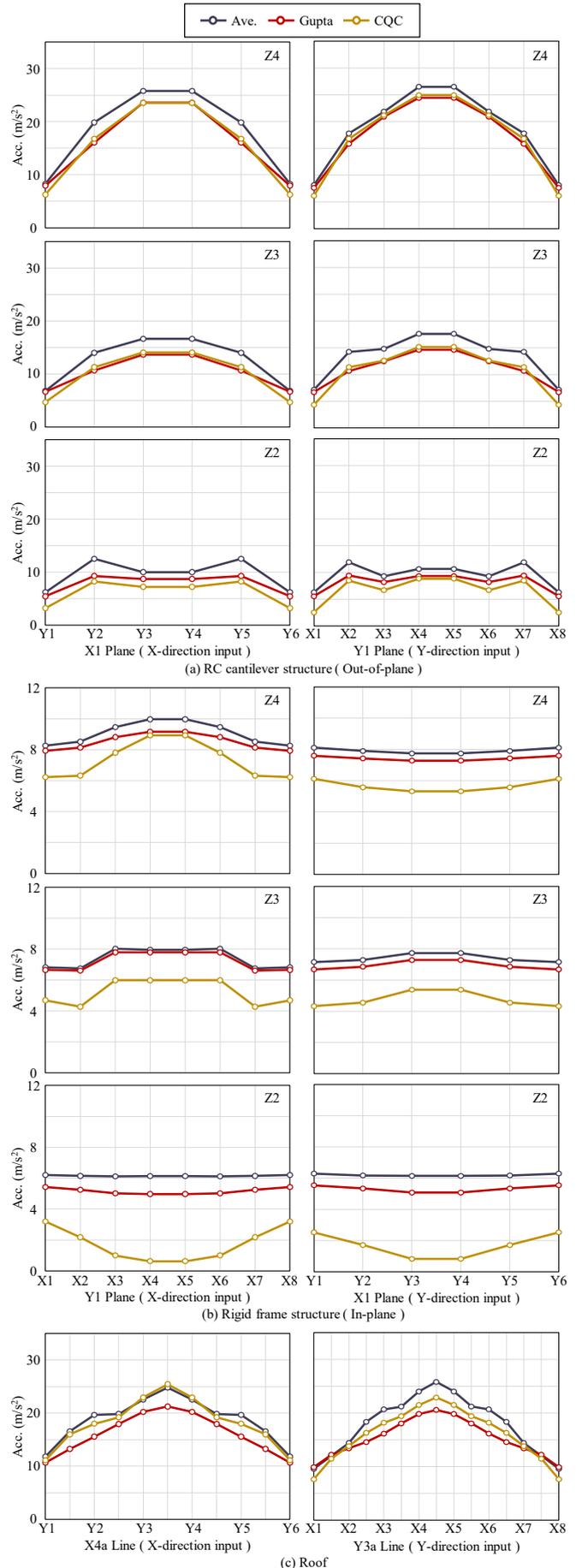


Fig.14 Comparison Gupta method and time history analysis

乖離していた Fig.14 (b)の耐震壁付ラーメン構面について、Gupta 法による応答推定値は時刻歴応答解析結果と良好に一致している。特に最下層 (Z2) については、CQC 法による応答推定値と比較して高い精度を示す。

また Fig.14 (c)の鉄骨屋根については、CQC 法と比較して Gupta 法による応答推定値と時刻歴応答解析結果との乖離がみられる。これは、Gupta 法が剛体周波数以上の周波数の高次モードについて、モード形状を考慮せずに応答推定していることが原因として考えられる。

このように剛体のように振る舞う構造については、固有モードの影響が小さいため、Gupta 法による応答推定値が時刻歴応答解析結果と良好に一致するが、屋根構造のように高次モードの固有モードの影響が大きい構造については、CQC 法による応答推定値の方が時刻歴応答解析結果と良好な一致を示す傾向がみられた。

5. 静的解析を用いた設計用地震荷重の妥当性検証

Gupta 法と CQC 法より推定した加速度応答値と節点質量の積を地震荷重として載荷した際の水平震度、支承部せん断力、高さ方向の層せん断力分布、節点変位について時刻歴応答解析結果と比較し、設計用地震荷重の算出手法について妥当性を検証する。ここで、時刻歴応答解析結果は 3 波平均とし、図中には Ave.と示す。さらに比較のため、基準法の Ai 分布と剛床仮定に基づき算出する地震荷重²²⁾を載荷した結果についても併せて示す。このとき、標準せん断力係数 C_0 は時刻歴応答解析における最下層の最大層せん断力の 3 波平均を基準とし、X 方向加力で 0.731, Y 方向加力で 0.722 に設定する。

はじめに、水平震度について静的解析結果と時刻歴応答解析結果を比較したものを Fig.15 に示す。節点 s の水平震度 H_s は式(22)に示すように、各節点に集まる部材応力より算出した節点力 F_s と節点重量 W_s を用いて表す。

$$H_s = F_s / W_s \quad (22)$$

時刻歴応答解析による水平震度は絶対加速度応答と概ね同様の分布を示しており、Gupta 法による水平震度は時刻歴応答解析結果と良好な一致を示す。また、前述したように CQC 法による水平震度は耐震壁付ラーメン構面について過小評価となる。さらに、各層で剛床を仮定した基準法による水平震度は直線分布となり全体的に過小評価である。特に RC 片持ち構面中央では大幅に危険側の評価となる。

続いて、地震時に損傷が多い屋根支承部のせん断力について Fig.16 に示す。ここでは、耐震壁付ラーメン構面に位置する屋根支承部のせん断力についてのみを示しており、Gupta 法による支承部せん断力は各手法の中で最も高い精度を有するわけではないが、概ね時刻歴応答解析結果と一致している。また、Fig.17 に構造物全体における高さ方向の層せん断力分布について、静的解析結果と時刻歴応答解析結果との比較を示す。高さ方向の層せん断力分布は前述した水平震度と異なり、各手法による大きなばらつきはなく、時刻歴応答解析結果とも概ね一致していることを確認できる。

最後に、Fig.18 に全節点変位について示す。Gupta 法と CQC 法による節点変位は概ね同様の値を示し、時刻歴応答解析結果よりも 20%程度安全側に分布している。一方、基準法による節点変位は時刻歴応答解析結果に対し、最大で 50%程度過小評価 (危険側) となる。

以上のように、Gupta 法と CQC 法による加速度応答推定値と節点質量の積を地震荷重として載荷した際の静的解析結果について評価

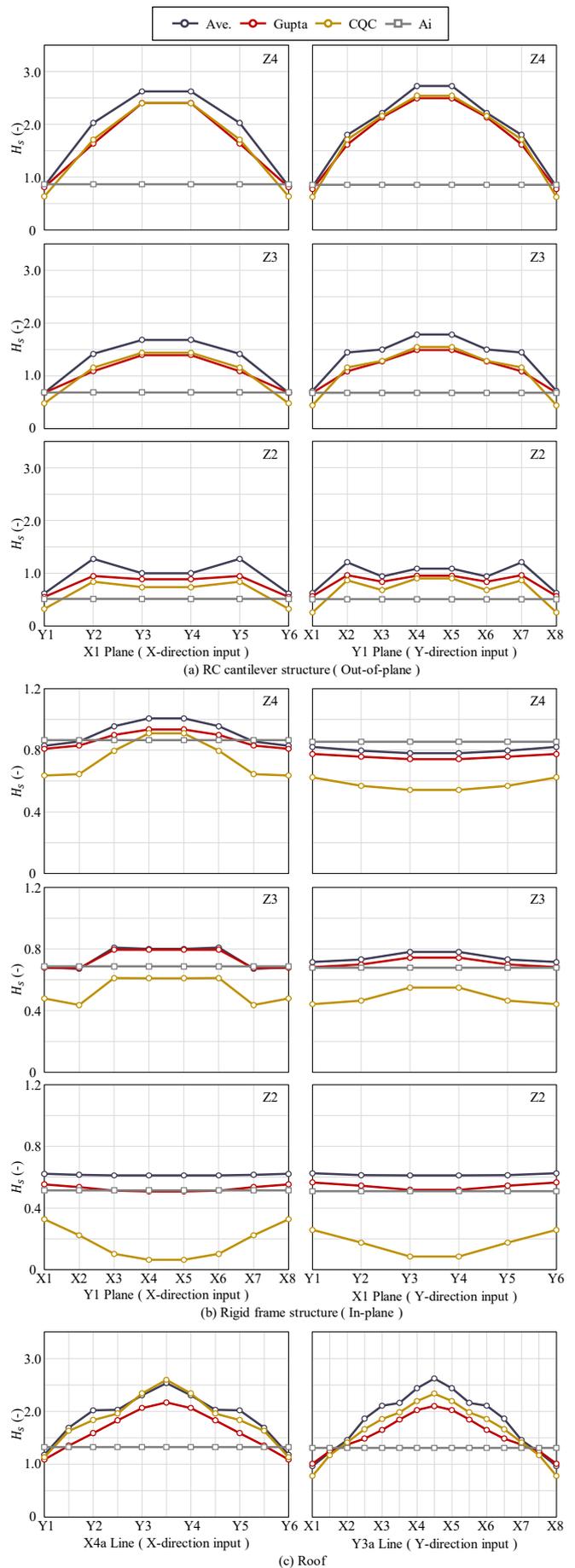


Fig.15 Horizontal seismic intensity

すると、必ずしも全ての面で Gupta 法の精度が優れているわけではなく、例えば鉄骨屋根については、CQC 法による水平震度が時刻歴応答解析結果とよく一致した。しかし、限られたケーススタディで得た結果ではあるが、支配的な質量を有する下部構造については Gupta 法の精度が高く、また、極めて短周期の高次モードを用いる必要がない点を踏まえれば、屋根構造と下部構造の設計用地震荷重を定める統一的手法として、Gupta 法による加速度応答推定値を用いる手法も有力な選択肢のひとつとして考えられる。

6. 結

鉄骨置屋根体育館の加速度分布について、CQC 法と地動加速度を用いた応答スペクトル法である Gupta 法を用いてそれぞれ算出し、時刻歴応答解析の最大加速度応答と比較を行った。また、応答スペクトル法による加速度応答推定値と節点質量の積として得る地震荷重と時刻歴応答解析における部材応力とつり合う節点荷重の最大値を比較し、設計用地震荷重としての妥当性を検証した。本論にて得られた知見を以下に示す。

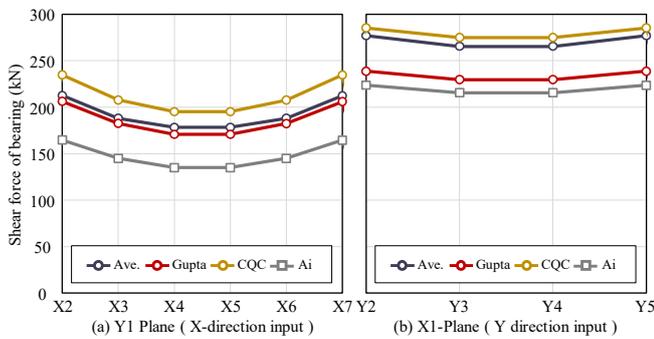


Fig. 16 Shear force bearings (In-plane)

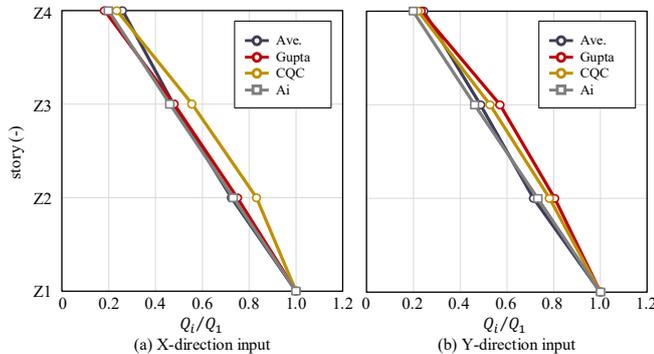


Fig. 17 Height distribution of shear force

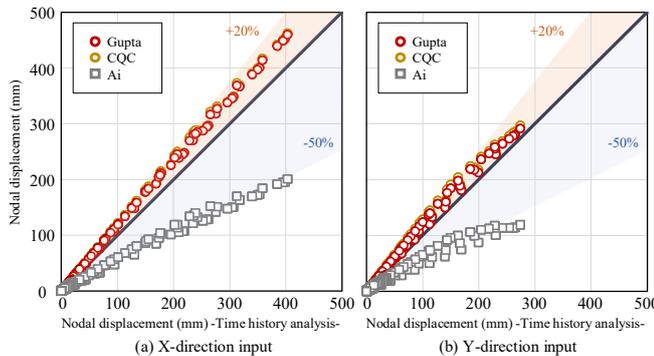


Fig. 18 Nodal displacement

1)空間構造で応答スペクトル法を使用する際に一般に用いられる CQC 法は、鉄骨屋根の加速度応答推定において高い精度を示したが、RC 下部構造の加速度応答推定においては、特に多くのせん断力を負担する耐震壁付ラーメン構面について精度が良好とは言えず、危険側の推定となる。

2)直接的に地動加速度を用いた応答スペクトル法である Gupta 法は、CQC 法では大幅に危険側となる RC 下部構造の耐震壁付ラーメン構面における加速度応答推定について、高い精度を示した。一方、鉄骨屋根における加速度応答推定については、非常に高い精度を示す CQC 法と比較すると、Gupta 法の精度はやや低下する傾向にあるが、概ね時刻歴応答解析結果と一致する。

3)Gupta 法による加速度応答推定値と節点質量の積による地震荷重を与えた静的解析で得た節点変位は、時刻歴応答解析結果の最大値を包絡した変位分布と良好に一致し、安全側の評価が可能となる。なお、今回の検証は特定のモデルに関する結果であるため、異なるモデルにおける精度検証が必要である。また、荷重分布を包絡する簡易式の提案も今後の課題としたい。

謝辞

本研究は、科研費基盤(A)「大規模空間構造における損傷制御技術の高度化」(課題番号 21H04581, 研究代表者: 竹内徹)の研究の一環として実施した。また、モードの加速度応答と地動加速度の相関について、加藤史郎博士(豊橋技術科学大学名誉教授)より貴重なご助言を頂いた。ここに感謝の意を表す。

参考文献

- 1) Institute for Sophisticating Technique of Construction in Japan: Concepts for Seismic Diagnosis and Retrofit of Steel Roofs with RC Substructures, Gihodo shuppan, 2015.9 (in Japanese)
日本建築技術高度化機構: 鉄骨置屋根構造の耐震診断・改修の考え方, 技報堂出版, 2015.9
- 2) Architectural Institute of Japan: Report on the Great East Japan earthquake disaster, Building series volume 3, 2014.9 (in Japanese)
日本建築学会: 東日本大震災合同調査報告 建築編 3, 2014.9
- 3) Architectural Institute of Japan: Report on the 2016 Kumamoto earthquake, 2018.6 (in Japanese)
日本建築学会: 2016年熊本地震被害報告, 2018.6
- 4) Narita, K., Takeuchi, T. and Matsui, R.: Seismic performance of school gymnasia with steel roofs supported by cantilevered RC wall frames, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol.78, No.693, pp.1895-1904, 2013.11 (in Japanese)
成田和彦, 竹内徹, 松井良太: RC 妻面架構を有する鉄骨置屋根体育館の耐震性能, 日本建築学会構造系論文集, 第 78 巻, 第 693 号, pp.1895-1904, 2013.11 (DOI: <https://doi.org/10.3130/aijs.78.1895>)
- 5) Terazawa, Y., Inanaga, S., Matsui, R. and Takeuchi, T.: Seismic Damage Evaluation of Space Frame Roofs of RC Gymnasiums, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol.83, No.754, pp.1789-1799, 2018.12 (in Japanese)
寺澤友貴, 稲永匠悟, 松井良太, 竹内徹: 鉄骨置屋根体育館における立体トラス屋根の地震被害分析, 日本建築学会構造系論文集, 第 83 巻, 第 754 号, pp.1789-1799, 2018.12 (DOI: <https://doi.org/10.3130/aijs.83.1789>)
- 6) Architectural Institute of Japan: Recommendation for Design of Latticed Shell Roof Structures, 2016.11 (in Japanese)
日本建築学会: ラチスシェル屋根構造設計指針, 2016.11
- 7) Narita, K., Terazawa, Y., Matsui, R. and Takeuchi, T.: Response control of cantilevered RC walls in gymnasia with energy-dissipation roof bearings, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol.80, No.707, pp.157-165, 2015.1 (in Japanese)

- 成田和彦, 寺澤友貴, 松井良太, 竹内徹: エネルギー吸収型支承を用いた体育館 RC 片持架構の応答制御, 日本建築学会構造系論文集, 第 80 巻, 第 707 号, pp.157-165, 2015.1 (DOI: <https://doi.org/10.3130/aijs.80.157>)
- 8) Terazawa, Y., Nishikawa, K., Takeuchi, T., Fujiwara, J., Kishida, A., Konishi, Y., Yamashita, T. and Nishimura, K.: Design procedure for out-of-plane response control of cantilevered RC walls connected by roller supports to metal spatial roof, *Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ)*, Vol.86, No.784, pp.991-1001, 2021.6 (in Japanese)
寺澤友貴, 西川幸希, 竹内徹, 藤原淳, 岸田明子, 小西克尚, 山下哲郎, 西村康志郎: 滑り支承で鉄骨造屋根に接続される RC 片持架構の構面外応答制御設計法, 日本建築学会構造系論文集, 第 86 巻, 第 784 号, pp.991-1001, 2021.6 (DOI: <https://doi.org/10.3130/aijs.86.991>)
- 9) Kitamaki, S. and Yamashita, T.: Estimation of external force distribution in RC gymnasiums with steel roofs using response spectrum analysis, *Summaries of Technical Papers of Annual Meeting, Architectural Institute of Japan, Structure 1*, pp.579-580, 2024.7(in Japanese)
北牧さくら, 山下哲郎: 応答スペクトル法を用いた鉄骨置屋根体育館の外力分布の推定, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 構造 I, pp.579-580, 2024.7
- 10) Kato, S., Mukaiyama, Y. and Ueki, T.: Dynamic behavior of high-rise single layered domes subjected to earthquake motions, *Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ)*, No.442, pp.101-109, 1992.12 (in Japanese)
加藤史郎, 向山洋一, 植木隆司: 高ライズの単層ラチスドームの地震応答性状, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 442 巻, pp.101-109, 1992.12 (DOI: https://doi.org/10.3130/aijsx.442.0_101)
- 11) Kato, S. and Mukaiyama, Y.: Study on story-shear coefficients for high-rise latticed spherical domes, *Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ)*, Vol.59, No.466, pp.87-95, 1994.12 (in Japanese)
加藤史郎, 向山洋一: 高ライズラチスドームの地震層せん断力係数に関する研究, 日本建築学会構造系論文集, 第 59 巻, 第 466 号, pp.87-95, 1994.12 (DOI: https://doi.org/10.3130/aijs.59.87_2)
- 12) Takeuchi, T., Ogawa, T., Nakagawa, M. and Kumagai, T.: Response evaluation of medium-span lattice domes with substructures using response spectrum analysis, *Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ)*, Vol.69, No.579, pp.71-78, 2004.5 (in Japanese)
竹内徹, 小河利行, 中川美香, 熊谷知彦: 応答スペクトル法による中規模ラチスドームの地震応答評価, 日本建築学会構造系論文集, 第 69 巻, 第 579 号, pp.71-78, 2004.5 (DOI: https://doi.org/10.3130/aijs.69.71_2)
- 13) Takeuchi, T., Ogawa, T., Yamagata, C. and Kumagai, T.: Response evaluation of cylindrical lattice shell roofs with supporting substructures, *Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ)*, Vol.70, No.596, pp.57-64, 2005.10 (in Japanese)
竹内徹, 小河利行, 山形智香, 熊谷知彦: 支持架構付き屋根型円筒ラチスシェルの地震応答評価, 日本建築学会構造系論文集, 第 70 巻, 第 596 号, pp.57-64, 2005.10 (DOI: https://doi.org/10.3130/aijs.70.57_4)
- 14) Takeuchi, T., Kumagai, T., Shirabe, H. and Ogawa, T.: Seismic response evaluation of lattice shell roofs supported by multistory substructures, *Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ)*, Vol.72, No.619, pp.97-104, 2007.9 (in Japanese)
竹内徹, 熊谷知彦, 調浩朗, 小河利行: 多層架構で支持されたラチスシェル構造の地震応答評価, 日本建築学会構造系論文集, 第 72 巻, 第 619 号, pp.97-104, 2007.9 (DOI: https://doi.org/10.3130/aijs.72.97_4)
- 15) Takeuchi, T., Kumagai, T., Okayama, S. and Ogawa, T.: Response evaluation of high-rise lattice domes with supporting substructures, *Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ)*, Vol.73, No.629, pp.1119-1126, 2008.7 (in Japanese)
竹内徹, 熊谷知彦, 岡山俊介, 小河利行: ライズの高い支持架構付きラチスドームの地震応答評価, 日本建築学会構造系論文集, 第 73 巻, 第 629 号, pp.1119-1126, 2008.7 (DOI: <https://doi.org/10.3130/aijs.73.1119>)
- 16) Takeuchi, T., Watanabe, S., Kumagai, T. and Ogawa, T.: Response evaluation of high-rise cylindrical lattice shell roofs with supporting substructures, *Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ)*, Vol.76, No.666, pp.1515-1522, 2011.8 (in Japanese)
竹内徹, 渡辺覚, 熊谷知彦, 小河利行: ライズの高い支持架構付き円筒ラチスシェルの地震応答評価, 日本建築学会構造系論文集, 第 76 巻, 第 666 号, pp.1515-1522, 2011.8 (DOI: <https://doi.org/10.3130/aijs.76.1515>)
- 17) A.K.Gupta: *Response Spectrum Method*, CRC Press, 1992
- 18) Architectural Institute of Japan: *AIJ Standard for Structural Calculation of Reinforce Concrete Structures*, 2018.12 (in Japanese)
日本建築学会: 鉄筋コンクリート構造計算基準・同解説, 2018.12
- 19) Yamashita, T., Yamane, K., Nishimura, K., Takeuchi, T. and Terazawa, T.: Cyclic load tests of cantilever RC column supporting steel roofs in gymnasiums Part 1. Overview on test and results, *Summaries of Technical Papers of Annual Meeting, Architectural Institute of Japan, Structure 1*, pp.707-708, 2022.7(in Japanese)
山下哲郎, 山根一真, 西村康志郎, 竹内徹, 寺澤友貴: シアスパン比の大きい置屋根体育館の片持 RC 柱の実験 その 1 実験とその結果, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 構造 I, pp.707-708, 2022.7
- 20) Architectural Institute of Japan: *Recommendations for Design of Connections in Steel Structures*, 2021.2 (in Japanese)
日本建築学会: 鋼構造接合部設計指針, 2021.2
- 21) M. Zhu, F. McKenna, and M. Scott: *OpenSeesPy: Python library for the OpenSees finite element framework*, *SoftwareX*, Vol.7, pp.6-11, 2018.1 (DOI: <https://doi.org/10.1016/j.softx.2017.10.009>)
- 22) Commentary on Structural Regulations of the Building Standard Law of Japan Editorial Committee: *Commentary on Structural Regulations of the Building Standard Law of Japan (2020)*, *Official Gazette Cooperation of Japan*, 2020 (in Japanese)
建築物の構造関係技術基準解説書編集委員会: 2020 年版建築物の構造関係技術基準解説書, 全国官報販売協同組合, 2020
- 23) European Committee for Standardization: *Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance-Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings*, 1998.1
- 24) Suzuki, K.: *A study on problem of load combination in a seismic design*, *Comprehensive urban studies*, No.20, pp.181-192, 1983
鈴木浩平: 耐震設計における荷重合成問題の研究, 総合都市研究, 第 20 号, pp.181-192, 1983

(2025 年 1 月 10 日原稿受理, 2025 年 4 月 28 日採用決定)