格子母屋を用いた大梁付ラチス ドームの座屈耐力

寺澤友貴 ——— * 1 周磨幸一 ——— * 2 岩永将信 ——— * 3 前原 智 ——— * 4 竹内 徹 ——— * 5

キーワード: 空間構造, ラチスドーム, 格子母屋, 座屈

Keywords: Space structure, Lattice Domes, Grid-purlin, Buckling

BUCKLING STRENGTH OF LATTICED DOMES OF GRID-PURLIN WITH BEAMS

Yuki TERAZAWA — * 1 Masanobu IWANAGA - * 3 Toru TAKEUCHI — * 5 Koichi SUMA — * 2 Satoshi MAEHARA — * 4

Grid-purlin system composed of RHS members are known to be effective to prevent buckling of the welded beams. In this paper, lattice dome composed of radial beams and welded grid purlins (Grid purlin shell dome) are studied. The linear, elastic, and elasto-plastic buckling strength of Grid purlin shell domes are analyzed using detailed FEM analyses. Their results are compared with the shell theory with continuum analogy and easy design approaches are investigated.

1. はじめに

学校体育館等の山形ラーメン架構に付加される角型鋼管を格子状 に組み立てた母屋(以降,格子母屋)には大梁の横座屈補剛効果が期 待できることが報告されている¹⁾。一方,図1に示すように3方向網 目状の格子母屋を放射状の大梁上フランジに隅肉溶接(解析モデル では格子母屋要素と大梁要素を剛接合とする)し大梁付ラチスドー ム(以降,格子シェルドーム)を構成した場合、格子母屋は大梁の補 剛効果のみならず主構造体の一部としての機能を有するようになる。 本研究は、シェル理論²⁾およびFEM解析³⁾を用いて、スパン30m程 度の中規模格子シェルドームの静的鉛直荷重に対する座屈挙動およ び屋根としての座屈耐力を分析し、設計手法の提案を試みる。

2. 検討モデル概要

図1に格子シェルドームの規模と形状,表1に解析モデル概要, 表2に解析モデル一覧,図3にモデル表記方法を示す。対象は円形 平面のスパン30m・ライズ4mの格子シェルドームである。部材断 面は実在する施工例⁴⁾と既往研究¹⁾に基づき経験的に決定した。解析 モデルは全ての部材を線材に置き換えた線材モデルと,横座屈挙動 を確認するために大梁のH形断面をシェル要素³⁾で構成したシェル モデルの2種とする。要素同士の接合部は全て剛接合とする。境界 はテンションリングによる弾性支持とする。載荷点は格子母屋の各 節点に支配面積(図3)分の鉛直方向の荷重を与え,線形・弾性・弾 塑性の順番で座屈荷重を分析する。弾性・弾塑性座屈解析時の解析方 法は弧長増分法を用いる。線材モデルは格子母屋のみで構成したラ チスドーム (P-model),格子シェルドーム (PB-model の 項部大梁を切断したモデル (PB1-model),PB1-model の切断した大梁 端部にコンプレッションリングを導入したモデル (PBR1-model)の4 種を用いる。シェルモデルは格子シェルドームの格子母屋断面を□-

*1 東京工業大学建築学系 助教・博士(工学)

- ^{*2} 東京工業大学建築学系 大学院生
- *3 九州第一工業㈱

*5 東京工業大学建築学系 教授・博士(工学)



1	格子シ	ェルドームの規模と形	洮
	表 1	解析モデル概要	

モデル	線材モデル	シェルモデル				
田市	2節点線形空間はり要素	4節点(一部3節点)汎用シェル要素				
安希	2節点線形空間はり要素(格子母屋部分)					
境界条件	テンションリングによる弾性支持					
材料特性	弾性/弾塑性					
	per (完全形状)					
初期不整	eig(1次線形座屈モード形状)					
	rev (逆対称形状)	lat (横座屈形状)				
載荷点	格子母屋の各節点					
解析方法	弧長増分法					

えて 解析モテル一覧					
モデル名	モデル形式	説明			
P-model		格子母屋のみ			
PB-model	線材モデル	格子母屋+大梁			
PB1-model		格子母屋+大梁(切断モデル)			
PBR1-model		格子母屋+大梁(リング付モデル)			
PB-S75-model		格子母屋:□-75×75×2.3			
PB-S125-model	シェルモデル	格子母屋:□-125×75×2.3			
PB-S150-model		格子母屋:□-150×75×2.3			

¹¹ Assistant Prof., Dept. Arch. & Build. Eng., Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

²² Graduate Student, Dept of Arch. & Building. Eng., Tokyo Institute of Technology

^{*3} Kyushu Daiichi Kogyo Co., Ltd.
 ^{*4} Roman Andrew Kogyo Co., Ltd.

Frontier SDP Co., Ltd.

⁵ Prof., Dept. Arch. & Build. Eng., Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

^{(〒152-8550} 東京都目黒区大岡山 2-12-1 東京工業大学) ²² 末点工業大学健康

^{*4} フロンティア SDP (株)

h×75×2.3 (h = 75,125,150,mm) としたモデル (PB-Sh-model) を用い る。図4に弾塑性解析時の非線形材料特性を,図5に弾性・弾塑性解 析時の形状初期不整を示す。初期不整は固有値解析による不整形状 (eig),逆対称形状 (rev),大梁横座屈形状 (lat)の3種とする。非 線形材料特性は大梁と格子母屋共に降伏応力度σ,はF値の1.1倍の 258.5 N/mm²,引張強さσ,は公称値の1.1倍である440 N/mm²とする。

3. ドーム面内の応力分布

3.1 応力分布評価式

鉛直荷重が作用した時の球形ドーム面内の応力分布を膜理論による連続体シェル理論解を用いて評価する。連続体シェル理論解においてはそれぞれ無次元化された(単位表面積あたりの荷重:f = 1.0 kN/m²,曲率半径: $R_0 = 30$ m,半開角: φ (rad),圧縮:負)

$\frac{N_{\varphi}}{fR_0} = -\frac{1}{1 + \cos\varphi}$	(経線方向)	(1)
$\frac{N_{\theta}}{fR_{0}} = \frac{1}{1 + \cos\varphi} - \cos\varphi$	(緯線方向)	(2)

をそれぞれ用いる²⁾。本研究対象のスパン及びライズ(半開角 ϕ_0 =30°) を持つドームにおいては直交2方向共圧縮応力場となる。

3.2 解析結果(応力解析)

図7と図8に各モデル(図6)における経線方向の応力分布 N_oと緯 線方向の応力分布 N_oをそれぞれ示す。大梁付きモデルの経線方向応 力は格子母屋と大梁の平均値を採る。図7と図8から、P-model(格 子母屋のみで構成される純粋な単層ラチスドーム)の応力分布は境 界部分を除きおよそ連続体シェル理論に近い値となる。大梁の付い た PB-model(格子シェルドーム)には経線方向応力において頂部に





R: コンプレッションリングの有無 n: 大梁の切断部分 (無し or n = 1)

図2 解析モデル表記





荷重集中が見られ、また緯線方向応力は P-model と比較して低下す る。PB-model における頂部の荷重集中は大梁の集合による剛性の高 さが原因と考えられる。PB1-model (頂部大梁を切断したモデル)で は頂部の荷重集中が緩和される。PBR1-model (コンプレッションリ ング付きモデル)では、連続体シェルの理論解と比較してリングの周 辺で応力分布の乱れが生じている。

4. 線形座屈荷重

4.1 線形座屈荷重評価式

まず線形座屈荷重を考える。格子母屋のみのシェル的座屈を想定 し P-model (格子母屋のみ)の直交異方性を考慮した連続体置換法に よる線形座屈荷重 q_{in} は、曲率半径: $R_0 = R_x = R_y$ 、スパン: $L_0 = L_x = L_y$ 、半波数: n = m (直交 2 方向で同じ)、矩形平面を仮定すると

$$q_{lin} = \frac{Q_1 + Q_2}{R_0 \left(\frac{n\pi}{L_0}\right)^2}$$
(3)

となり、半波数nによって決定する式(3)の最小値を用いる²⁾。図9に 等価板基本形と連続体置換法諸元を示す。ここに、 α_p :部材同士のな す角、E:ヤング率、 l_{sp} :稜線上の部材長: l_{hp} :三角形格子の高さ、 A_p :部材断面積、 L_p :部材の面外断面二次モーメント、G:せん断剛 性、 J_{xp} :サンブナンのねじり剛性である。

4.2 線形固有値解析結果

図 10 に数値解析により得られた線形固有値解析結果を,図 11 に 線形座屈荷重の解析値 fun と連続体置換評価式 qun の比較を示す。Pmodel の線形座屈荷重は,直交異方性を考慮した連続体置換法によっ ておよそ 30%程度安全側に評価された。大梁を加えた PB-model (格 子シェルドーム)の線形座屈荷重は格子母屋のみの P-model よりも 高く,評価値より 190%程度安全側に位置している。

5. 弾性座屈荷重

5.1 格子シェルドームの弾性座屈挙動

次に形状初期不整と幾何非線形を考慮した弾性座屈挙動を確認す る。図 12 に P-model, PB-model, PB-S125-model, PB-S150-modelの 荷重-鉛直変位関係を示す。同図(c)と(d)に示すシェルモデル(PB-S125model)では,大梁座屈直後の大梁断面の捩れ角βを併記している。同 図に示すように,格子シェルドームはまず格子母屋がシェル的な座 屈を生じ,さらに耐力が上昇した後,格子母屋によって補剛されてい る大梁が面外方向(強軸回り)に曲げ座屈を生じることが分かる。形 状初期不整による大梁座屈荷重の低下は固有モード eig によるもの が大きく,横座屈モード不整 lat の影響は小さい。

5.2 格子母屋の弾性座屈荷重

日本建築学会ラチスシェル屋根構造設計指針⁻⁰では,数値解析また は連続体置換法によって算出した線形座屈荷重にノックダウンファ クター α (弾性座屈荷重低減係数)を乗じて弾性座屈荷重を簡易評価 している。円形平面の球状 3 方向部材ラチスドーム (テンションリ ング支持)の場合,同指針では α =0.5 が適用されることが多い。こ こでは α を線形座屈荷重に対する弾性座屈荷重の比とし式(4)で評価 する。

$$\alpha = \frac{f_{ela}\left(P\right)}{f_{lim}} \tag{4}$$

図 13 にノックダウンファクターαと形状初期不整 woの関係を示









図 11 線形座屈荷重



す。対象とする格子母屋においても,解析値から計算した α は約 0.5 付近となった。格子母屋部材のみの P-model 以外では α の値が 0.5 を 下回る場合もあるが,その差は概ね 10%程度に留まる。また,形状 初期不整が大きくなると,一般のラチスドームにおける知見³⁾と同様 に, α の値が減少する(弾性座屈荷重が低下する)傾向にあることが確 認できる。以上より,格子母屋の弾性座屈荷重は,線形座屈荷重に α = 0.45~0.5 を乗じて評価できると考えられる。

5.3 大梁の弾性座屈荷重

大梁を格子母屋で補剛された単材と考え,格子母屋の補剛効果を 検証した後に,大梁の曲げ座屈で決まる弾性座屈荷重を検討する。

5.3.1 横補剛材としての格子母屋の評価式

大梁弱軸回りの曲げ座屈および曲げ捩れ座屈に対する必要補剛剛 性はそれぞれ式(5)と式(6)で与えられる(図14)⁵⁾。

$$K_{u} = K_{y} = 4 \frac{C_{y}}{l_{b}}$$
 (5) $K_{\beta} = 20 \frac{C_{lal}h^{2}}{l_{b}}$ (6)

格子母屋の横補剛材としての面内剛性 Kup は,初期状態における連続 体置換法の等価板有効剛性(緯線方向) Kup を用いて以下の式(7)によ って算出する(図15)。

$$K_{up} = K_{\theta p} \sin \alpha_p = \frac{EA_p}{L_p}$$
(7)

また格子母屋は上フランジに接合するため、大梁の下フランジが振られるような捩れ変形に対する補剛効果は格子母屋の回転剛性によって評価する。格子母屋の単位長さあたり回転剛性 K_{ρ} は大梁に接合する格子母屋部材のみを考慮して、格子母屋部材の曲げモーメントを均等曲げと仮定したときの $M-\theta$ 関係を仮想仕事の原理によって導出すると以下の式(8)のようになる。

$$K_{\rho\rho} = \frac{2\left(K_{\rho\rho}\sin\alpha_{p} + K_{\rho\rho L}\sin\left(\pi - 2\alpha_{p}\right)\right)}{I_{b}}$$
(8)

ただし,

$$K_{\beta\rho\delta} = \frac{EI_{xp}}{L_{\rho\delta}} \tag{9} K_{\beta\rho L} = \frac{EI_{xp}}{L_{\rho L}} \tag{10}$$

である。式(5)~(10)中の変数の定義は図 14 と図 15 中に示す。

図16に格子母屋の有効剛性の評価値と必要剛性の比を示す。同図 に示すように,格子母屋の面内補剛剛性 Kup は本研究の検討範囲では 必要補剛剛性 Kuを超えている。一方,回転補剛剛性は格子母屋せい 150mm のケース以外必要補剛剛性を満足していない。しかし大梁の 下フランジが振られるような捩れ変形は下フランジに圧縮力が働く 場合に生じる。これに対して本検討の荷重条件下では,大梁全体の軸 力と大梁下フランジの応力は引張となっており,下フランジが圧縮 側となる横座屈耐力の影響は小さく,大梁の座屈荷重は構面外(強軸) 方向で決定された。

5.3.2 大梁の弾性座屈荷重評価

不均等軸力を受ける軸力材として大梁を捉え,大梁で決定される 格子シェルドームの弾性座屈荷重を評価する。格子シェルドームに 静的鉛直荷重が作用した場合の大梁に発生する(最大)軸力 N は, シェル理論における応力分布において格子母屋の負担分を無視し, 大梁が全経線方向応力を負担すると仮定した場合の軸力(シェル分 布,図 17(a))の平均と,大梁のみで構成したモデル(B-model)を用



いた解析によって得られる軸力(B分布,図17(b))の脚部の2種類 とする。B-modelの解析においては、大梁と格子母屋の接合点に大梁 支配面積に対する鉛直荷重を与え、ドーム全体に作用する鉛直荷重 の総和が他のモデルと同じとなるようにする。図18に上記の長期荷 重時と曲げ座屈発生時の大梁軸力分布の比較を示す。PB-model にお いて曲げ座屈発生時の大梁軸力分布はシェル分布(平均)及び B 分 布によって包絡されている。しかし、PBR1-modelにおいてはシェル 分布(平均)で大梁軸力を包絡できない領域が生じる。これは PBR1model は PB-model と比較して大梁の材長が短く,相対的に高い剛性 を有するため、大梁がより大き荷重を負担し、シェル的な挙動から乖 離したためと考えられる。ただし、 ライズのある屋根では、 大梁の軸 力分布は材軸方向に沿って一般的に均一ではなく、軸力を均一に受 ける部材と比較して座屈発生時の最大軸力は高い(図 19)%。図 20 に 座屈長さ係数の比較を示す。同図は経線に沿った大梁長さを部材長 とし,最大軸力 N1と端部軸力 N2を放物線と仮定し評価した有効座屈 長さ係数 kTHEと、解析における曲げ座屈発生時の大梁最大軸力 N1か ら逆算した座屈長さ係数 k_{4N4}を比較している。本研究の検討範囲の 格子シェルドームでは、 $k_{THE} \leq k_{ANA} \leq 1.0$ となり、特に k_{ANA} は0.9 程度となる。図 21 にシェル分布平均値および B 分布最大値の軸力を 用い,有効座屈長さ係数を 0.9 として評価した大梁の曲げ座屈で決定 される屋根の弾性座屈荷重評価式 qela(B)と,大梁の曲げ座屈発生時の 弾性座屈荷重解析値fela(B)の比較を示す。同図に示すように、大梁曲 げ座屈による弾性座屈荷重は評価式 qela(B)によって概ね安全側に評 価されている。ただし、前述の様に PBR1-model においてはシェル分 布を用いた大梁軸力が過小評価されるため、やや危険側の評価とな っている。

6. 弾塑性座屈耐力

6.1 弹塑性座屈耐力評価式

最後にこれまでの評価を基に,弾塑性座屈耐力を評価する。図 22 に P-model, PB-model および PB-S-model の非線形座屈解析の荷重-鉛 直変位関係を示す。全てのモデルにおいて,弾塑性座屈荷重は格子母 屋で決定される弾性座屈荷重より大幅に低下する。弾性座屈時と異 なり,格子母屋で決定される弾塑性座屈が生じると,耐力はその後上 昇しない。また,初期不整を与えた場合では,座屈後の耐力劣化が顕 著になっている。

図23に最大荷重時の各部材の塑性化状況を示す。本論の検討範囲 では、大梁付きモデルの部材の塑性化はすべて格子母屋が大梁に先 行して発生している。図24(a)と図24(b)に弾塑性座屈発生時の参照部 材²⁾の*M-N*関係を示す。ここで参照部材は、弾性応力解析の結果か ら、最大圧縮力を受ける部材(≒格子母屋部材)と定義とする。

$$\left(\frac{M_X}{M_{pX}^*}\right)^2 + \left(\frac{M_Y}{M_{pY}^*}\right)^2 \le 1$$

$$\left(\frac{N}{N_Y}\right)^2 + \left(\frac{M}{M_p}\right) \le 1$$
(11)

$$M_{p}^{*} = 1.2 \left(1 - \frac{N}{N_{y}} \right) M_{p}$$
(13)

$$\lambda = 1.7 - \frac{N/N_y}{\ln\left(N/N_y\right)} \tag{14}$$



としている⁹。いずれの参照部材(格子母屋)も塑性化における曲げ の影響は小さく,かつ曲げ応力は弱軸方向が主体である。このことか ら、参照部材となる格子母屋は軸力を受けて弱軸方向に曲げ座屈を 生じているものと考えられる。

以下,文献2)に基づき,参照部材の応力より正規化細長比を用い て弾塑性座屈耐力を求めてみる。参照部材が塑性化するときの格子 シェルドームの耐力係数 *f*_{pla} は以下の式(15)となる。ここに,*f*:設計 荷重,*N*(*m*):設計荷重に対する応力解析において参照部材に生じる圧 縮力,*N*_v:参照部材の塑性軸耐力である。

$$f_{pla} = f \frac{N_y}{N(m)} \tag{15}$$

弾性座屈荷重 *q_{ela}*と塑性耐力 *f_{pla}*を用いて,短期許容圧縮軸力²(以下,鋼構造規準式),修正ダンカレー式の2種のカラムカーブによっ て弾塑性座屈耐力 *f_{er}を*算定する。正規化細長比*A_s*は

$$\Lambda_{S} = \sqrt{\frac{f_{pla}}{q_{ela}}} = \sqrt{\frac{f_{pla}}{\alpha f_{lin}}}$$
(16)

であり, 弾塑性座屈耐力 fcr は鋼構造規準式のとき

$$\frac{f_{cr}}{f_{pla}} = \begin{cases} \frac{1}{e\Lambda_s^2} & (\Lambda_s \ge \Lambda) \\ \frac{1-0.24\Lambda_s^2}{c} & (\Lambda_s \le \Lambda) \end{cases}$$
(17)

$$e = 1.0 + \frac{4}{9}\Lambda_s^2 \le 1.44 \tag{18}$$

$$\Lambda = \sqrt{\frac{1}{0.6}} = 1.29 \tag{19}$$

となる。なお、安全率eは、完全形状 (per) に対してはe=1.0とする。修正ダンカレー式を用いた場合、以下の式(18)となる。ただし k_{SB} =1.44 である。

$$\Lambda_s^2 \left(\frac{k_{SB} f_{cr}}{f_{pla}} \right) + \left(\frac{f_{cr}}{f_{pla}} \right)^2 = 1.0$$
⁽²⁰⁾

図 25 に正規化細長比-弾塑性座屈耐力係数関係を示す。同図は鋼構 造規準式と修正ダンカレー式のカラムカーブを重ねて示している。 なお,正規化細長比は式(16)の計算値,弾塑性座屈耐力係数は解析値 である。同図に示すように,解析値はカラムカーブ以上の耐力を有し ていることが確認できる。したがって,格子母屋で決定される格子シ ェルドームの弾塑性座屈荷重は, P-model の弾性座屈荷重と参照部材 の長期荷重時の軸力より正規化細長比を算出し,各設計用カラムカ ーブと照合することで安全側に評価できる。

なお,大梁の弾塑性座屈耐力も5章で得られた有効細長比を用い て設計用カラムカーブより求めることができる。今回の検討モデル では大梁の弾塑性座屈耐力は格子母屋の弾塑性座屈耐力を上回って おり,弾性座屈と異なり格子母屋の塑性化後の耐力上昇が生じなか ったため,大梁は座屈に至らなかったと考えられる。

7. 結

3 方向網目状の格子母屋を放射状の大梁上フランジに固定した中 規模格子シェルドームについて、シェル理論および FEM 解析を用い て静的鉛直荷重に対する応力分布および線形・弾性・弾塑性座屈耐力 について分析した。本検討範囲内で得られた知見を以下に示す。

格子シェルドームの応力分布は連続体シェルの理論解と比較して、大梁が集合する頂部で圧縮側に集中する。頂部大梁を切断することで荷重集中は緩和できるが、コンプレッションリングを導



入するとリングの周辺で連続体シェルの理論解から再び乖離す る。

- 2) 大梁の無い格子シェルドームの線形座屈荷重 fin は直交異方性を 考慮した連続体置換法によって概ね評価できる。大梁付きの格子 シェルドームの線形座屈荷重は上記より大きな値を示す。
- 3) 今回検討した格子シェルドームの弾性座屈挙動はまず格子母屋部 がシェル的座屈を生じた後に耐力が上昇し、大梁の構面外座屈に より最大耐力が決定する。格子母屋のシェル的座屈時の弾性座屈 荷重 fela(P)は、幾何非線形性を反映するノックダウンファクターα を線形座屈荷重 fin に乗じることで概ね評価できる。
- 4) 格子シェルドームの弾性座屈耐力を決定する大梁の曲げ座屈に よる弾性座屈荷重 fela(B)は,発生軸力Nを格子母屋を無視して算 定し,座屈長さ係数 k=0.9 としたオイラー座屈荷重 Ner にN が到 達する荷重を用いて概ね評価できる。
- 5) 格子シェルドームの弾塑性座屈荷重 f_{cr}は、参照部材の軸力と弾性 座屈耐力より、カラムカーブを用いて安全側に評価できることを 確認した。

以上より,格子シェルドームの座屈耐力は,(1)線形座屈耐力とノ ックダウンファクターαより格子母屋部の弾性座屈耐力を評価し,(2) 大梁の有効座屈長より大梁の弾性座屈耐力を評価し,(3)それぞれの 弾塑性座屈耐力をカラムカーブより求めて比較し,小さい方を採用 することで決定できるものと考えられる。なお,線形座屈耐力は連続 体置換法を応用して非数値的に求めることもできるが,大梁の寄与 効果を無視した安全側の評価となる。

ただし、今回検討した格子シェルドームの範囲は限定されたもの であり、今後より広い範囲で上記の考え方が成り立つことを確認す る必要がある。

参考文献

1)松井良太,小泉光市,竹内 徹, Lin Pao-Chun:格子母屋により上フランジ 補剛された H 形断面梁の塑性変形性能 その 1 実大繰返し載荷実験およ び再現解析,日本建築学会大会学術講演梗概集(北陸),構造III, pp.1077-1080, 2019.

2)日本建築学会: ラチスシェル屋根構造設計指針,第4章 pp.35-60,2016. 3)ABAQUS/Standard 2017

4) 九州第一工業株式会社:http://ksdi.jp/ropponmatsufukugou, accessed 2020.3.25
5)日本建築学会:鋼構造限界状態設計指針・同解説,第3章 pp.232-236, 2010.
6)日本建築学会:鋼構造座屈設計指針,第2章 pp.21-23,第5章 pp.139-141, 第5章 pp.149-151, 2018.

[2020年1月21日原稿受理 2020年3月23日採用決定]