支持架構付き自由曲面ラチスシェルの地震応答評価 SEISMIC RESPONSE EVALUATION OF FREEFORM LATTICE SHELL ROOFS WITH SUPPORTING SUBSTRUCTURES

竹内 徽^{*1}, 岡田康平^{*2}, 小河利行^{*3} *Toru TAKEUCHI, Kohei OKADA and Toshiyuki OGAWA*

Seismic response of raised lattice shell roofs is known to be complicated due to the coupled vertical response when subjected to horizontal ground motions. The authors have proposed a simple response evaluation method for spherical domes and cylindrical shell roofs using amplification factors and equivalent static actions. However, it has only been verified for a limited number of shapes, which do not include the increasingly popular freeform roof topologies. In this paper, the previously proposed method is expanded to freeform structures generated with optimization methods and numeric form finding. The effect of parameters such as the roof shape, rise/span ratio, and supporting substructure on the seismic response is studied, and the simple evaluation method extended and verified for freeform shapes.

Keywords: Freeform Lattice Shell, Seismic Response Evaluation, Response Spectrum Analysis, CQC method 自由曲面ラチスシェル, 地震応答評価, 応答スペクトル法, CQC 法

1. 序

屋内競技場や展示場などを覆うライズを有するラチスシェル屋根 構造では、水平地震力を受けた場合でも鉛直応答が励起されるなど、 空間構造特有の複雑な地震応答特性を有する。こういった応答特性 を設計に反映させるために、筆者らは文献^{1)〜9}において、一定の構 面外剛性を有する球形ラチスドームや円筒ラチスシェルに対し、ラ イズ/スパン比や屋根と下部支持架構との周期比をパラメータとし た応答増幅率の評価式を提案し、得られた等価静的地震荷重に対す る精度の検証を行ってきた。しかしながらこれらの静的地震荷重が 適用できる屋根形状は今のところ球形ドーム、円筒シェル、山形シ ェル等整形な平面を有するものに限定されている。

一方,近年数値解析技術や生産・施工技術の発展に加え,3D CAD や種々の形状発生ツールの発達により,複雑で幾何学的な形態に依 らない自由な形状が欧州を中心にアトリウムや展示場屋根等の建築 設計に取り入れられるようになってきた。このような自由形態を有 する構造物の形状決定には,最適化理論の応用による形状探索手法 が用いられることが多く,特に単層屋根構造の最適化形状探索は数 多くの研究が精力的に行われてきた。形態を決定するためのアルゴ リズムとしては,屋根架構面内の歪エネルギー最小化を目的関数と したもの^{10,11}や座屈耐力の最大化を目的関数としたもの^{12~14}等, 様々なものが使用されている。 一方,先述したように地震発生頻度の高い地域においてこのよう な自由曲面ラチスシェルを設計する際にも,地震荷重下における応 答を評価することが重要となる。滝内,中澤,加藤ら¹⁵は,ある条 件下で探索された中規模の自由曲面ラチスシェルを対象に座屈性状 を分析している。しかし,自由曲面ラチスシェルにおける地震時の 挙動は十分に明らかになっているとは言い難く,特に設計に使用で きる等価静的地震荷重を検討した研究例はまだ少ない。

そこで、本研究では、種々の自由曲面を有する屋根形状の決定方 法(以下,形状決定法)を適用した直交格子屋根の地震応答に対す るライズ/スパン比および形状決定法の影響について分析し,既往の ラチスドーム⁸や円筒ラチスシェル⁹で展開した応答増幅率を用い た応答評価手法の適用性を確認する。自由曲面の形態を決定する方 法としては、座屈荷重の最大化または総歪エネルギー最小化を目的 関数とした最適化,および等分布鉛直荷重または面に直交する等圧 荷重に対する釣り合い形状を比較し、これらの形状決定方法が動的 特性や地震応答性状に与える影響を考察する。境界の平面形状は長 方形、台形を中心に検討を行い、最終的に楕円形、瓢箪形での適用 性を検討し、平面形状に関わらずライズ/スパン比をパラメータとし て屋根各部の応答加速度分布を表す数式表現を試みる。これらの結 果を基に、下部支持架構付き自由曲面ラチスシェルを対象として固 有周期比および質量比を変化させた場合に、支持架構の構造特性が

*3 東京工業大学 名誉教授・工博

Prof., Dept. of Arch. and Build. Eng., Tokyo Institute of Technology, Dr.Eng. Former Grad. Stud., Dept. of Arch. and Build. Eng., Tokyo Institute of Technology, M.Eng. Prof. Emeritus, Tokyo Institute of Technology, Dr.Eng.

^{*1} 東京工業大学建築学系 教授・博士(工学)

^{*2} 元 東京工業大学建築学専攻 大学院生·修士(工学)



屋根部の応答に与える影響を分析し、同応答を評価する手法を提案 するとともに、評価手法の適用範囲について確認する。

2. 解析モデルの設定

図1に解析モデル名称を示す。以下各パラメータについて述べる。 2.1 屋根モデルの設定

検討対象とする平面形状は,正方形(Short Rectangle),長方形(Long Rectangle),2種類の台形(Short Trapezoid, Long Trapezoid)とし,図 2 に示す形状を初期形状とする。表1に示すように,以降自由曲面 ラチスシェルのライズの指標を同じライズ/スパン比を有する円弧 の半開角 θ で定義する。なお半開角 θ の単位は,図表および文中で は(deg.)を,式中では(rad.)を使用するものとする。構成部材はすべ て円形鋼管とし,すべてのモデルにおいて表2に示す部材を用いる。 2.2 屋根モデルの形状決定法

本研究では既往研究¹⁶⁾を参考に,目的関数は線形座屈荷重の最大 化(Pcr),または総歪エネルギーの最小化(Es)とし,形状探索を行う。 曲面形状の記述には、制御点 *R_{ij}と媒介変数 u、v*に依るバーンスタ イン基底関数で定義されるベジェ曲面を用いる。最適化手法には RGA を採用し,交叉法に AREX¹⁷⁾,世代交代手法に JGG¹⁸⁾を用いる。

線形座屈荷重係数 λ^{in} の最大化を目的とした最適化問題は次式の ように定式化する。なお、本研究における λ^{in} は全体座屈に対して 設定されるものであり、個材座屈は考慮していない。

Maximize	λ^{lin}	(1
Subject to	$\boldsymbol{R}_{ij}^{\min} \leq \boldsymbol{R}_{ij} \leq \boldsymbol{R}_{ij}^{\max}$	(2)
	$u_k^{\min} \leq u_k \leq u_k^{\max}$, $v_l^{\min} \leq v_l \leq v_l^{\max}$	(3)
	$l^{\min} \leq l \leq l^{\max}$	(4
	$h^{\min} \le h \le h^{\max}$	(5)

式(2)~式(3)は制御点座標と節点位置の制約条件であり, 非現実的 なシェル形状への収束を防止するために設けている。また,式(4) は部材長の上下限に対する制約であり,節点の交差や極端に偏った 格子割を防止するために設けている¹⁰。式(5)によりライズの制限を 与えることで,表1に示すライズを有する形状を作成する。

総歪エネルギーUの最小化を目的とした最適化問題は次式のよう に定式化する。なお,制約条件は線形座屈荷重最大化問題と同様に, 式(2)~(5)により与える。

Minimize U

(6)

荷重は、固定荷重を想定した表面積比例型鉛直等分布荷重とし、 単位面積荷重を 1.18kN/m²とする。図 3 に示すように境界条件は全 周ピン支持とし、設計変数は各平面形状の対称性を考慮し、図 3 に 示す制御点と格子分割位置とする。図 2 に示す初期形状に対し、線 形座屈荷重最大化(Pcr)、または総歪エネルギー最小化(Es)を目的関 数とし、各最適形状を探索する。



表1 半開角およびライズの設定

半開角	ライズ	スパン	ライズ/スパン比		
θ	Н	L	H/L		
(deg.)	(m)	(m)			
30	4.82		0.134		
40	6.55	36.00	0.182		
50	8.39	50.00	0.233		
60	10.39		0.289		

F -	G -	SR 30	- f <u>0.1</u>
	2	3 4	5

①架構

R:屋根モデル

F:支持架構付きモデル

②形状決定法 Pcr:座屈荷重最大化 LR:長方形(Long Rectangle) LT:台形(Long Trapezoid)

SR:正方形(Short Rectangle)

ST: 台形(Short Trapezoid)

④ライズの設定

③平面形状

 $30 : H = 4.82m \quad 40 : H = 6.55m \\ 50 : H = 8.39m \quad 60 : H = 10.39m$

Es:総歪エネルギー最小化

G :等分布鉛直荷重による釣り合いP :等分布圧力による釣り合い

⑤支持架構剛性倍率

図1 解析モデル名称

表2 屋根部の部材諸元

	外径	内径	厚さ	断面積	断面2次 モーメント	断面2次 半径	弹性係数
	D	d	t	Α	Ι	i	Ε
	(mm)	(mm)	(mm)	(mm ²)	(mm ⁴)	(mm)	(N/mm ²)
主材	139.8	130.8	4.5	$1.91{\times}10^3$	4.38×10 ⁶	47.9	
斜材	26.0			0.53×10 ³	22.4×10 ³	6.5	2.06×10^{5}
テンション リング	1387.1	1319.7	33.7	143×10 ³	32.8×10 ⁹	479	







また上記の最適化手法とは異なる形状決定法により,シェル形状 を作成する。まず,図2に示す初期形状(節点数:n,部材数:m)に おいて,すべての線材を初期長さ l_j ,軸剛性 k_j を持つ部材 $j(1 \le j \le m)$ で構成する。このモデルに対し,各節点 $i(1 \le i \le n)$ に鉛直荷重 P_i を 作用させたとき,部材jは軸方向に Δl_j 変形し,軸方向力 N_j の内力が 発生する。図4に示すように,外力である鉛直荷重 P_i と内力である 軸方向力 N_j が釣り合っている状態を釣り合い形状と定義する。

本研究では前述のモデル化を利用し,等分布鉛直荷重による釣り 合い(G),または等分布圧力による釣り合い(P)による形状を作成す る。図5に示すように,外力としては各節点に等分布鉛直荷重 P, または各四角形に等分布圧力 P を加えることにより,表1で設定し たライズを有する形状を得る。

以上より,4種類の形状決定法(Pcr, Es, G, P)により得られた屋根 形状を自由曲面ラチスシェル屋根形状と呼ぶ。図6に各形状決定法 により得られた屋根モデルの形状を,図7に各形状決定法によるモ デルの稜線上曲率分布の一例を示す。なお,A-O-A、稜線は x 軸, B-O-B、稜線は y 軸に沿った稜線である。同図に示すように,Pcr タ イプは端部で曲率が大きくなることが多く,G,P タイプは長方形 短辺で曲率分布が変化する。また,Es タイプは曲率分布が変動しや すい傾向が見られた。

2.3 支持架構付きモデルの設定

既往研究^{1),2),4)}においては,屋根部の面外剛性が大きい場合に卓越 振動モードが限定され,静的地震荷重が適用できることが報告され ている。本研究においても静的地震荷重の適用性を確認するにあた り,形状決定法の異なる 2.2 節で作成した屋根モデルの部材の曲げ 剛性を 50 倍とすることで,約 1/50 程度のデプス/スパン比を有する ダブルレイヤーシェルを模擬し,このモデルに対し支持架構を付加 する。図 8 に支持架構付きモデルを,表3 に支持架構の部材諸元を 示す。支持架構は、ベースシア係数 $C_0 = 0.3$ のせん断力および屋根 部の固定荷重相当の軸力に対し弾性範囲とし,層間変形角が 1/200 以下となるように設定する。支持架構の固定荷重を 0.98kN/m²とし, 柱の長さは 6.0m とする。柱脚は固定支持,屋根部と支持架構の間 はピン接合とする。また,支持架構の梁の変形による屋根部への影 響を取り除くために,支持架構の梁は剛とする。

表 3 に示した部材を基準とし,柱の曲げ剛性のみを変化させる。 ここで,周期比 $R_T = T_{eq} / T_R (T_{eq}:屋根部を1 質点に置換した系の固$ $有周期,<math>T_R: 屋根モデルの逆対称1 波モードの固有周期)とし,周期$ $比 <math>R_T$ が地震応答特性に与える影響を分析する。また,固定荷重 0.98kN/m²を基準とし,支持架構の重量を変化させる。ここで,質量 比 $R_M = M_{eq} / M_R (M_{eq}:構造物全重量, M_R: 屋根重量)とし,質量比$ $<math>R_M$ が地震応答特性に与える影響を分析する。

2.4 入力地震波

入力地震波の応答スペクトルは,図9に示す BRI-L1 とする。入 力地震波は,観測地震波 El Centro NS(1940), Hachinohe NS(1968), JMA Kobe NS(1995)の位相特性を用い,振幅特性を BRI-L1¹⁹⁾を目標 スペクトルとして作成した地震動^{20),21)}とする。

3. 応答スペクトル法の精度

幾何非線形性を考慮した時刻歴応答解析と応答スペクトル法を比較し,応答スペクトル法の精度を検討する。減衰はReyleigh型とし,



表3 支持架構(柱)の部材諸元

半開角	外径	内径	厚さ	断面積	断面2次 モーメント	断面2次 半径	弹性係数
θ	D	d	t	A	Ι	i	Ε
(deg.)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm ²)	(mm ⁴)	(mm)	(N/mm ²)
30		895.4	9.5	27.0×10 ³	2.76×10 ⁹	319.9	
40	914.4	889.0	12.7	36.0×10 ³	3.66×10 ⁹	318.8	2.06×10 ⁵
50, 60		882.4	16.0	45.2×10 ³	4.56×10 ⁹	317.7	







減衰定数は1次,2次モードで2%を仮定する。応答スペクトル法は, モード間の相関を考慮する CQC 法を用いる。

図10は時刻歴応答解析と有効質量比和90%のCQC法による加速 度,変位,軸力および曲げモーメント変化量を比較したものであり, 時刻歴応答解析結果とCQC法による結果は概ね良い対応を示して いる。以降,自由曲面ラチスシェルにおいて,デプス/スパン比1/50 程度,有効質量比和90%以上でのCQC法を用いて応答特性の分析 および等価静的地震荷重の精度分析を行う。

4. 形状決定法およびライズの異なる屋根モデルの地震応答特性

支持架構の無い屋根モデルについて鉛直荷重下における幾何非線 形性を考慮した固有値解析を行い得られた卓越固有モードを,固有 周期,有効質量比とあわせて図 11 に示す。図に示すように,ライズ の増加に伴い逆対称1 波モード(図中 O1)の有効質量比が増大してお り,他の平面形状でも同様の傾向が見られる。また,Pcr タイプは 他の形状決定法により作成されたモデルと比べて固有周期がやや長 い傾向にあるものの,平面形状およびライズが同程度あれば,形状 決定法に依らず振動特性は共通に扱えると考えられる。

図 12 に CQC 法により得られる水平および鉛直応答増幅率と半開 角 θ との関係を、ドームに対して提案されている以下の評価式⁸と あわせて示す。ただし、屋根モデルにおいては $R_T = 0$ である。

$$F_{H} = \begin{cases} C_{H}(\theta) & \left(0 \le R_{T} \le 5/4 \left(C_{H}(\theta)\right)^{2}\right) \\ \sqrt{5/4R_{T}} & \left(5/4 \left(C_{H}(\theta)\right)^{2} < R_{T} \le 5/4\right) \\ 1 & \left(5/4 < R_{T}\right) \end{cases}$$
(7)
$$F_{V} = \begin{cases} 3C_{V}(\theta) & \left(0 \le R_{T} \le 5/32\theta\right) \\ \left(\sqrt{5/(2\theta R_{T})} - 1\right)C_{V}(\theta) & \left(5/32\theta < R_{T} \le 5/2\theta\right) \\ 0 & \left(5/2\theta < R_{T}\right) \end{cases}$$
(8)

式(7), (8)中の $C_H(\theta)$, $C_V(\theta)$ は式(9), (10)で算出する。ただし,各係数 C_1 =4.00, C_2 =1.33, C_3 =1.50, C_4 =2.47 とする。本研究で対象としているモデルの平面形状は矩形であるため,式(9)中の $C_H(\theta)$ に含



図 13 ドームの極座標表示 図 14 ドームの最大加速度分布

まれる $C_1 \sim C_3$ は,円筒ラチスシェル⁹における係数を,式(10)中の $C_V(\theta)$ に含まれる C_4 は、ラチスドーム⁸において同定された係数を用 いている。係数決定の誘導は付録 1 に示す。また、 θ は入力方向稜 線のスパン L_x とライズ H により決定される円弧の半開角とし、式 (11)で算出する。

$$C_{H}(\theta) = C_{1}\sin^{2}\left(3\theta/4\right) - C_{2}\sin\left(3\theta/4\right) + C_{3}$$
(9)

$$C_V(\theta) = C_4 \sin\left(3\theta/4\right) \cos\left(3\theta/4\right) \tag{10}$$

$\theta = \sin^{-1} \left[4 \left(L_x / H \right) / \left\{ 4 + \left(L_x / H \right)^2 \right\} \right]$

図 12 に示すように、長方形平面である LR タイプ x 方向入力の水 平応答増幅率で過小評価の傾向がある。これは入力方向稜線によっ て半開角 θを決定したためであり、最小スパンを用いれば安全側で 評価することができる。y 方向入力に関しては形状決定法に関わら ず、評価式により概ね傾向を表現できていることが分かる。

式(7),(8)によって応答加速度の最大値を得ることができるため, 次に屋根部の応答加速度分布について評価する。文献 8)で球形ドー ムに対し提案されている評価式は式(12),(13)である。図 13 に示す ように,極座標表示 φ_1 , φ_2 を用いて屋根部の節点座標を表現する。 さらに,図 14 に示す各加速度の最大値の作用方向を考慮し,面内応 答加速度 $A_{in1}(\varphi_1,\varphi_2)$ および面外応答加速度 $A_{out}(\varphi_1,\varphi_2)$ を傾斜角 φ_1 に 沿ってそれぞれ水平成分と鉛直成分に分解し,再合成する。なお, 再合成に用いる傾斜角 φ_1 はそのものを用いると過大となることが 文献 8)において指摘されており,低減係数 α_{H} , α_V を用いる。

$$A_{H} = A_{in0} (\varphi_{1}, \varphi_{2}) + A_{in1} (\varphi_{1}, \varphi_{2}) \cdot \cos \alpha_{H} \varphi_{1} + A_{out} (\varphi_{1}, \varphi_{2}) \cdot \sin \alpha_{V} \varphi_{1}$$

$$= A_{eq} \left\{ 1 + (F_{H} - 1) \cdot \cos \left(\frac{\pi \varphi_{1}}{2\theta} \right) \cdot \cos \alpha_{H} \varphi_{1}$$

$$+ F_{V} \cdot \cos \varphi_{2} \cdot \sin \left(\frac{\pi \varphi_{1}}{\theta} \right) \cdot \sin \alpha_{V} \varphi_{1} \right\}$$

$$A_{V} = A_{out} (\varphi_{1}, \varphi_{2}) \cdot \cos \alpha_{V} \varphi_{1} + A_{in1} (\varphi_{1}, \varphi_{2}) \cdot \sin \alpha_{H} \varphi_{1}$$

$$= A_{eq} \left\{ F_{V} \cdot \cos \varphi_{2} \cdot \sin \left(\frac{\pi \varphi_{1}}{\theta} \right) \cdot \cos \alpha_{V} \varphi_{1} + (F_{H} - 1) \cdot \cos \left(\frac{\pi \varphi_{1}}{2\theta} \right) \cdot \sin \alpha_{H} \varphi_{1} \right\}$$

$$(12)$$

$$(13)$$

ただし、A_{eq}は等価1質点系の応答加速度である。

ドームにおいては半開角 θ , スパン L, 曲率半径 R は傾斜角 φ_2 に 依らず一定であるが,図15に示すように,検討対象としている自由 曲面シェルにおいては,これらをすべて φ_2 の関数として扱い,式(12), (13)を書き換える。さらに円筒シェルの応答加速度分布式⁹⁾と同様, 入力直交方向の端部付近で分布を低減させる項 $\cos(\pi y/L_y)$ を乗じ,自 由曲面シェルにおける応答加速度分布評価式を次式のように設定す る。ただし,yは点 P の直交座標系のy座標, Lyは入力直交方向稜 線のスパンとする。式(14),(15)は $\cos(\pi y/L_y)$ の項を省略するとドー ムの評価式⁹⁾、 φ_2 の項を省略すると円筒シェルの評価式⁹⁾となる。

$$A_{H} = A_{eq} \left\{ 1 + \left(F_{H} - 1\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi\varphi_{1}}{2\theta(\varphi_{2})}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi y}{L_{y}}\right) \cdot \cos\alpha_{H}\varphi_{1} + F_{V} \cos\varphi_{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi\varphi_{1}}{\theta(\varphi_{2})}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi y}{L_{y}}\right) \cdot \sin\alpha_{V}\varphi_{1} \right\}$$
(14)

$$A_{V} = A_{eq} \left\{ F_{V} \cos \varphi_{2} \cdot \sin \left(\frac{\pi \varphi_{1}}{\theta(\varphi_{2})} \right) \cdot \cos \left(\frac{\pi y}{L_{y}} \right) \cdot \cos \alpha_{V} \varphi_{1} + (F_{H} - 1) \cdot \cos \left(\frac{\pi \varphi_{1}}{2\theta(\varphi_{2})} \right) \cdot \cos \left(\frac{\pi y}{L_{y}} \right) \cdot \sin \alpha_{H} \varphi_{1} \right\}$$
(15)

式(14), (15)中の a_H , a_V の値を $0 \sim 1.0$ の範囲で変化させ比較を行う。図 16 に示すように a_H = 微小, a_V = 0.5 とすると屋根部の応答加速度を概ね適切に表現できることが分かる。以降,式(14), (15)において a_H = 0, a_V = 0.5 として屋根部の加速度分布を評価する。

図 17 に式(14),(15)より得られる稜線上の水平,鉛直応答加速度 分布を CQC 法による結果と比較して示す。同図に示すように,水 平応答加速度については,評価式と CQC 解析値の結果は概ね良い 対応を示している。一方,鉛直応答加速度については,同図(b-1)に



図 18 屋根モデルにおける提案評価法の精度 (R-G-LR40)

示すように、ST タイプの平面形状では応答に偏りが見られるものの、 評価式により最大値を包絡することはできている。また、同図(b-2) のように、LR タイプのx方向入力は、やや過小評価になっており、 これは前述したスパンの評価方向に起因する。

応答加速度を式(14),(15)を用いて評価し,重量を乗じて得た等価 静的地震荷重より評価した提案評価手法の精度を図 18 に示す。変位 に関しては 20~30%程度の誤差があるものの,概ね安全側の評価と なっている。軸力および曲げモーメント変化量に関しては,精度は 必ずしも高くない。これは最大加速度の包絡による静的地震荷重は 逆対称 1 波モード(OI)を対象として設定しており,高次モードによ る部材応力を捕捉しきれないことが要因である。

5. 周期比の異なる支持架構付きモデルの地震応答特性

次に支持架構付モデルにおいて支持架構の剛性を変化させ、周期 比 R_Tが地震応答特性に与える影響を分析する。表3の部材を基準に 曲げ剛性のみを0.01 倍,0.1 倍,100倍、100倍しR_Tを変化させる。

屋根モデルの場合と同様に,支持架構付きモデルに CQC 法を適 用して地震応答特性を分析する。図 19 に, CQC 解析値と R_Tの関係 を,式(7),(8)とあわせて示す。水平応答増幅率に関しては,概ね対 応を示しているが,鉛直応答増幅率は, R_T =1 近傍で精度が悪化し ている。これは,文献 8)で指摘されているように下部構造との共振 による応答増幅が生じるためである。また,支持架構付きモデルに おいて柱の剛性を大きくし, R_Tを0へと近づけると,逆対称1波モ ードの有効質量比が減少する一方で高次モードが卓越するため,評 価式により予測できない場合がある。これらの影響について次章で 分析する。

6. 質量比の異なる支持架構付きモデルの地震応答特性

文献 8)において, R_T =1 近傍で質量比 R_M が大きい場合,屋根部と 支持架構の共振による応答増幅が生じることが述べられている。本 章では,支持架構の重量を変化させることで質量比 R_M が地震応答 特性に与える影響を分析する。なお,x 方向入力においては,基準 となる f1.0(支持架構剛性倍率 1 倍)は R_T =1 程度,固有周期が長くな る LR および LT タイプの y 方向入力においては,f0.5 が R_T =1 程度 となる。また,本章において, R_M 1.2 は質量比 R_M =1.2 としたモデル であり, R_M 1.2 を基準として, R_M 2.1 は支持架構重量を 5 倍したモデ ル, R_M 12 は支持架構重量を 50 倍したモデルであることを示す。

ここで,文献 8)では,屋根部と支持架構の共振を考慮した下式が 提案されている。

$$F'_{H} = \sqrt{F_{H}^{2} + \frac{1}{\left(1 - R_{T}^{2}\right)^{2} + \left(1/R'_{M}\right)^{\theta}}}$$
(16)

$$F_{V}' = \sqrt{F_{V}^{2} + \frac{1}{\left(1 - R_{T}^{2}\right)^{2} + \left(1/R_{M}'\right)}}$$
(17)

ただし, R'_M = M_{eq} / M'_Rとし, 屋根部実効質量 M'_Rは以下の式(18), (19)により算出する。

$$M_R' = C_M(\theta) \cdot M_R \tag{18}$$

$$C_{M}\left(\theta\right) = 0.55 \cdot \left(\frac{M_{eq}}{M_{R}}\right)^{\frac{\left(\theta - \pi/6\right)}{2}}$$
(19)



文献 8)においては、式(16)、(17)は $R_M > 2.0$ 、 $R_T = 0.8 \sim 1.2$ の範囲 で用いることが提案されているが、適用範囲境界部にて式(7)、(8) と不連続になるため、以下のように補問して用いる。

·水平応答増幅率

 $R_M > 2.0, R_T = 0 \sim 1.1$ の範囲で式(16)を用い, $R_T = 1.1 \sim 1.2$ の範囲において式(7)と式(16)を線形補間する。

- ・鉛直応答増幅率
- *R_M*>1.0, *R_T*=0~1.1 の範囲で式(17)を用い, *R_T*=1.1~1.2 の範囲 において式(8)と式(17)を線形補間する。



図 20 に共振による応答増幅を考慮した評価式と CQC 法による解析値を比較して示す。同図に示すように、水平応答増幅率については、鉛直応答増幅率ほど顕著な応答増幅は見られない。また、同図 (b-1)に示すように、x 方向入力の鉛直応答増幅率において、 R_M が大きく、 R_T が 0.5~1.0 の範囲には評価式を大きく上回るモデルがある。

図 21 に固有値解析より得られたモードの有効質量比分布を示す。 図に示すように、 $R_T = 0.75$ と 1.0 では分布が大きく異なることが分 かる。 $R_T = 0.75$ では、質量比 R_M の増加に伴い、逆対称 1 波モード(O1) の有効質量比が減少する一方で、逆対称 2 波モード(O2)や高次モー ドが卓越する。これより、質量比 R_M が大きく周期比 R_T が 0.5~1.0 の範囲における応答増幅は、逆対称2波モードや高次モードと支持 架構の共振により生じていると判断される。

加速度分布を式(14),(15)を用いて評価した応答加速度と CQC 法 による解析結果との比較を行う。図 22 に稜線上の応答加速度を,図 23 に応答加速度分布図を示す。水平応答加速度については、評価式 により,傾向を概ね表現できていることが分かる。同図 (b-1)に示 すように,屋根モデル同様 ST タイプの x 方向入力の鉛直応答加速 度は,平面の非対称性により偏りが見られるものの,評価式により 最大値を捉えることができている。LR タイプ鉛直応答加速度は,x 方向および y 方向入力ともに,評価式と良い対応を示している。ま た図 23 に示すように、応答加速度の分布形状は、平面形状の変化に 依らず評価式により形状を概ね表現できていると考える。

図 24 に支持架構付きモデルにおける等価静的地震荷重を用いた 際の提案評価法の精度を示す。水平および鉛直変位に関しては, ST, LR タイプの x 方向入力は、その誤差が 20%前後であるのに対し、 LR タイプ y 方向入力は, 誤差が 50%程度あり, ばらつきが大きい。 また、支持架構の剛性が高くなるにつれて、誤差が大きくなる傾向 が見られるものの,変位は概ね安全側で評価できている。軸力およ び曲げモーメント変化量は、変位よりもばらつきが大きくなり、そ の誤差は40~50%程度である。これは屋根モデルの場合と同様、高 次モードによる影響であり,屋根面内の最大モーメントを全部材断 面の検定に用いる等の対処が必要であると考えられる。

7. 評価手法の適用範囲の確認

提案した評価手法の適用範囲を確認するために, LT タイプを基準 に平面形状を瓢箪形としたより自由形状のモデルを作成する。図25 に示すように、台形に内接する2つの円を基本とし、解析モデル名 称は、図 1 の解析モデル名称の③平面形状に DCa~DCc(Double Circle Type a~c)というパラメータを新たに加える。

図 26 に各屋根モデルの形状を示す。各モデルは等分布鉛直荷重に よる釣り合い(Gタイプ)により作成する。なお、表1に示したこれ までの解析モデルと同等の部材諸元を用い、応答性状を単純化する ために部材の曲げ剛性のみを 50 倍し,スパン 36m に対し 1/50 程度 のデプス/スパン比を有するダブルレイヤーシェルを模擬する。

7.1 自由振動特性

26.86%, 0.078(sec)

10.15%, 0.107(sec)

7.5% 0.081(sec)

7.47%, 0.192(sec)

19th

R-G-DCa40

01

90%

30.81%, 0.077(sec)

8.86%, 0.181(sec)

8.84% 0.144(sec)

7.99%, 0.042(sec)

19th

R-G-DCb40

(a) x 方向

01

図 27 に,固定荷重下における幾何非線形性を考慮した固有値解析 結果より得られる各モデルの卓越モードを固有周期および有効質量 比とあわせて示す。同図に示すように平面形状が Type DCa から Type DCcになるにつれて固有周期が短くなり、逆対称1波モード(O1)の 有効質量比が増加していく傾向が見られる。これは、平面中央部の y 方向スパンが絞られることで、面内剛性が増大していることが要 因であると考えられる。また、いずれのモデルにおいても有効質量

26.29%, 0.075(sec)

14.6%, 0.168(sec)

7.04%, 0.041(sec)

6.15%, 0.132(sec)

24th

R-G-DCc40

01

20th

01

比和 90%以上にするためのモード数は 20 前後必要となる。

7.2 屋根モデルの地震応答特性

図 28 に, DC タイプ各屋根モデルの CQC 解析値と,式(7),(8)よ り得られる応答増幅率 F_H, F_Vをあわせて示す。図より, DC タイプ の応答増幅率は、LT タイプと似た傾向を示すことが分かる。x 方向 の応答増幅率に関しては、CQC 解析値の値は危険側の評価となる一 方, y方向の応答増幅率は概ね評価式と良い対応を示している。

7.3 支持架構付きモデルの地震応答特性

第5章,第6章の手法と同様に,DCタイプの屋根モデルに支持 架構を付加し、周期比 Rr や質量比 Ru が地震応答特性に与える影響 を分析する。図 29 に、式(7)、(8)および式(16)、(17)を用いて、共振 による増幅を考慮した応答増幅率 $F_{HV}(\theta)$ と, CQC 法による解析結果 を比較して示す。同図に示すように、質量比 R_Mが大きい範囲では、 $R_T = 0.5 \sim 1.0$ の範囲で評価式の精度は必ずしも高くない。これは、 第6章にて述べた逆対称2波や高次モードによる影響である。





加速度分布を式(14),(15)で評価した応答加速度と CQC 法による解 析結果との比較を行う。図 30 に稜線上の応答加速度を,図 31 に応 答加速度分布図を示す。稜線上の水平応答加速度に関しては,評価 式により,概ね傾向を捉えることができている。一方,稜線上の鉛 直応答加速度は,やや過大評価の傾向にある。また,応答加速度分 布形状は,頂点 O(図 26)を中心として式(14),(15)を適用することに より,分布を表現できていることが分かる。

図32にDCタイプの支持架構付きモデルにおける提案評価法の精 度を示す。変位については、DCcタイプのx方向入力よりもy方向 入力において値がばらつく傾向が見られ、全体としては25~40%程 度の誤差があるものの、安全側で評価することができている。また、 軸力および曲げモーメント変化量については、大きくばらつき、DCc タイプでは、y方向入力の方が安全側に偏る傾向が見られる。

8. 結

半開角 30°~60°相当のライズを有し,デプス/スパン比が 1/50 程 度以上となるダブルレイヤー自由曲面ラチスシェルについて,形状 決定法および平面形状の異なる屋根モデルを用いて,その応答増幅 率および応答加速度分布を分析し,既往の応答評価法を援用した評 価手法を提案した。これを用いた屋根部-支持架構の固有周期比およ び質量比の異なる支持架構付きモデルに対する応答評価法の精度を 確認し,その適用範囲について分析した。以下に得られた知見を示 す。

- 自由曲面ラチスシェルの屋根モデルにおいて,平面形状およびラ イズが等しい場合,形状決定法が振動特性および地震応答特性に 与える影響は限定的であった。
- 2) 既往のドームおよび円筒ラチスシェルを対象として提案された 地震応答評価式を組み合わせた評価式により,本研究で対象とし た平面形状の最大加速度応答増幅率を精度よく評価することが できることを確認した。
- 3) ドームにおける極座標表示を援用して,自由曲面ラチスシェル屋 根部の各節点を極座標表示する手法を提案し,既往の水平および 鉛直応答加速度を分解・合成することにより,屋根各部の応答加 速度分布を概ね評価できる。
- 4) 平面形状がある程度不定形なモデルにおいても,評価式の適用範囲および精度を確認し,提案手法を用いることで,応答変位に関し25~40%程度安全側で評価できることを確認した。

なお本研究で検討を行った自由曲面ラチスシェルの形状はまだ限 定的であり,屋根全体が正の曲率を有するものと限られている。よ り複雑な平面形状や部分的に負の曲率を有する自由曲面ラチス屋根 形状の地震応答特性については、今後より詳細な分析を行う予定で ある。

参考文献

- 1) 小河利行,中川美香,熊谷知彦:応答スペクトル解析法を用いた単層ラ チスドームの地震応答解析,構造工学論文集, Vol.49B, pp.291-296, 2003.3
- 2) 竹内徹,小河利行,中川美香,熊谷知彦:応答スペクトル法による中規 模ラチスドームの地震応答評価,日本建築学会構造系論文集,No.579, pp.71-78, 2004.5

- 3) 竹内徹,小河利行,中間明子,熊谷知彦:弾塑性架構で支持されたラチ スドームの地震応答評価,日本建築学会構造系論文集,No.596, pp.49-56, 2005.10
- 4) 竹内徹,小河利行,山形智香,熊谷知彦:支持架構付き屋根型円筒ラチスシェルの地震応答評価,日本建築学会構造系論文集,No.596, pp.57-64, 2005.10
- 5) 竹内徹,小河利行,熊谷知彦,中間明子,佐藤英佑:支持架構付きラチ スドームにおける地震応答評価手法の適用範囲,構造工学論文集, Vol.52B, pp.53-61, 2006.3
- 6) 竹内徹, 熊谷知彦, 調浩朗, 小河利行:多層架構で支持されたラチスシェル構造の地震応答評価, 日本建築学会構造系論文集, No.619, pp.97-104, 2007.9
- T.Takeuchi, T Ogawa and T Kumagai : Seismic Response Evaluation of Lattice Shell Roofs Using Amplification Factors, Journal of IASS, Vol.48, No.3, pp.197-210, 2007.12
- 竹内徹, 熊谷知彦, 岡山俊介, 小河利行: ライズの高い支持架構付きラ チスドームの地震応答評価, 日本建築学会構造系論文集, Vol.73, No.629, pp.1119-1126, 2008.7
- 9) 竹内徹,渡辺覚,熊谷知彦,小河利行:ライズの高い支持架構付き円筒 ラチスシェルの地震応答評価,日本建築学会構造系論文集,Vol.76, No.666, pp.1515-1522, 2011.8
- 10) 木村俊明, 大森博司:形状と厚さの同時最適化法の定式化とその応用 自 由曲面シェル構造の構造形態創生手法の提案その 1, 日本建築学会構造 系論文集, Vol.74, No.640, pp.1091-1098, 2009.6
- 11) 木村俊明, 大森博司:形状と厚さの同時最適化法の構造位相決定問題への応用 自由曲面シェル構造の構造形態創生手法の提案その 2, 日本建築 学会構造系論文集, Vol.75, No.648, pp.367-376, 2010.2
- 12) 山本憲司,皆川洋一,大森博司:座屈荷重を目的関数とする空間構造の 形状最適化に関する研究,日本建築学会構造系論文集, No.564, pp.95-102, 2003.2
- 13) 小河利行,大崎純,立石理恵:線形座屈荷重最大化と部材長一様化を目的とした単層ラチスシェルの形状最適化,日本建築学会構造系論文集, No.570, pp.129-136, 2003.8
- 14) 木村俊明,大森博司:線形座屈荷重を目的関数とした形状最適化法の構築構造安定性を考慮した自由曲面シェル構造の構造形態創生手法の提案その1,日本建築学会構造系論文集, Vol.78, No.686, pp.733-741, 2013.4
- 15) 滝内雄二, 中澤祥二, 加藤史郎: 補剛された自由境界辺を有する矩形平 面の自由曲面ラチスシェルの構造特性の分析, 構造工学論文集, Vol.61B, pp.335-342, 2015.3
- 16) 林裕真,竹内徹,小河利行:地震荷重下の座屈耐力に着目した単層格子 屋根構造の形状探索,構造工学論文集,Vol.59B, pp.479-488, 2013.3
- 17) 秋本洋平, 永田裕一, 佐久間淳, 小野 功, 小林重信: 適応的実数値交叉 AREX の提案と評価, 人工知能学会論文誌, Vol.24, No.6, 2009.11
- 小林重信:実数値 GA のフロンティア,人工知能学会誌, Vol.24, No.1, pp.147-162, 2009.1
- 19) 建設省建築研究所:建築研究資料 No.83 設計用入力地震動作成手法, 1994.11
- 20) 大崎順彦: 地震動スペクトル解析入門, 鹿島出版会, 2004.6
- 21) 笠井和彦,伊藤浩資,渡辺厚:等価線形化手法による一質点弾塑性構造 の最大応答予測法,日本建築学会構造系論文集,No.571, pp.53-62, 2003.9

付録1 応答増幅率の予測式に関する係数決定の誘導

 $C_{H}(\theta), C_{V}(\theta)$ は式(9),(10) で算出し、その際の各係数は C_{1} =4.00, C_{2} =1.33, C_{3} =1.50, C_{4} =2.47 とする。各シェル形状における係数の違 いによる応答増幅率の変化は付図 1 に示す。本研究で対象としてい るモデルの平面形状は矩形であるため、 C_{1} ~ C_{3} は円筒ラチスシェル⁹ における係数を、 C_{4} はラチスドーム⁸において同定された係数を用 いている。



SEISMIC RESPONSE EVALUATION OF FREEFORM LATTICE SHELL ROOFS WITH SUPPORTING SUBSTRUCTURES

Toru TAKEUCHI^{*1}, Kohei OKADA^{*2} and Toshiyuki OGAWA^{*3}

*1 Prof., Dept. of Arch. and Build. Eng., Tokyo Institute of Technology, Dr.Eng.
 *2 Former Grad. Stud., Dept. of Arch. and Build. Eng., Tokyo Institute of Technology, M.Eng.
 *3 Prof. Emeritus, Tokyo Institute of Technology, Dr.Eng.

1. Introduction

Seismic response of raised lattice shell roofs is known to be complicated due to the coupled vertical response when subjected to horizontal ground motions. The authors have proposed a simple response evaluation method for spherical domes and cylindrical shell roofs using amplification factors and equivalent static actions. However, it has only been verified for a limited number of shapes, which do not include the increasingly popular freeform roof topologies. In this paper, the previously proposed method is expanded to freeform structures generated with optimization methods and numeric form finding. The effect of parameters such as the roof shape, rise/span ratio, and supporting substructure on the seismic response is studied, and the simple evaluation method extended and verified for freeform shapes.

2. The setting of numerical models

A parametric study is conducted for freeform lattice roofs with supporting substructures and square or trapezoid plans. Roof shapes are designed as optimal solutions targeting either maximum buckling strength (Pcr) or minimum total strain energy (Es), or funicular forms against vertical distributed loads (G) or normal pressures (P). The rise/span ratio is varied from 0.1 to 0.3, the cross section areas held constant, and the out-of-plane stiffness approximating an equivalent section with a cross section depth/total span ratio of around 1/50. The supporting structures are designed so that their horizontal story drift angle against a base shear ratio of 0.3 is less than 1/200 rad.

3. Accuracy of response spectrum method against time-history analysis.

Response spectrum analysis with CQC method and time-history analysis is used to verify the proposed method. El Centro, Hachinohe and JMA Kobe NS components are used for the time history analysis.

4. Seismic response of freeform roofs with various shapes and rise/span ratios

First, the seismic responses of the roofs designed in Section 2 are evaluated with response spectrum analysis. Equivalent seismic acceleration formulas are proposed based on those previously determined for spherical lattice domes and cylindrical lattice shells. The results of the proposed formulas are compared with the response obtained by response spectrum analysis, and their validity is confirmed.

5. Seismic response of freeform roofs supported by substructures with various natural periods

The seismic response of the roofs with supporting substructures of various natural periods is evaluated and compared with response amplification factor formulas previously proposed for domes and shells with substructures. The proposed formulas are confirmed to be valid for freeform roofs.

6. Seismic response of freeform roofs supported by substructures with various weights

When the supporting substructures are heavy, the roof response excitation is amplified. The excitation effects are also compared with the previously proposed formulas for domes and shells with substructures. As results, the proposed formulas are confirmed to be effective even against roofs with heavy substructures.

7. Range of application of the proposed methods

To confirm the range of applicability, the roof shapes are expanded to gourd shapes, and the response of roofs with various rise/span ratios are evaluated by response spectrum analysis and the proposed amplification factor method. Even with the gourd shapes, the proposed method gives reasonable results, showing robust characteristics.

8. Conclusions

In summary:

1) The seismic response of freeform roofs is not significantly affected by the form finding method for a given rise/span ratio and plan shape.

2) The proposed response evaluation methods based on those previously determined for domes and shells with substructures are considered to be valid, even with substructures of various stiffnesses and weights.

3) The proposed method is considered to be applicable to freeform gourd shapes with various rise/span ratios.

(2016年2月9日原稿受理, 2016年6月15日採用決定)