

静的地震荷重に対する屋根型円筒ラチスシェルの座屈耐力

BUCKLING STRENGTH OF CYLINDRICAL LATTICE SHELL ROOFS
UNDER STATIC SEISMIC LOAD小河利行^{*1}, 山岡幸介^{*2}, 箕輪健一^{*3}, 竹内 徹^{*4}Toshiyuki OGAWA, Kosuke YAMAOKA, Ken'ichi MINOWA
and Toru TAKEUCHI

Although large numbers of attempts have been made to evaluate buckling strength of cylindrical lattice shell roofs under equally-distributed vertical loads, stability under seismic loads has not been studied enough yet. In this paper, evaluation method on buckling strength of cylindrical lattice shell roofs based on continuum shell analogy under equivalent static seismic loads proposed in the previous studies is investigated. First, the buckling behavior under distributed loads proportional to the static seismic loads is researched taking shape parameters into account. Next, the buckling strength for vertical loads and the buckling strength for static seismic loads is evaluated using continuum shell analogy, and converted to elasto-plastic buckling strength using knockdown factors and Dunkerley formulation. The effectiveness of the proposed evaluation is discussed against the results of time-history response analyses.

Keywords : Static seismic load, Cylindrical lattice shell roof, Continuum shell analogy, Elasto-plastic buckling analysis, Buckling load factor, Incremental dynamic analysis

静的地震荷重, 屋根型円筒ラチスシェル, 連続体置換, 弾塑性座屈解析, 座屈荷重係数, 動的増分解析

1. 序

これまでに固定荷重や積雪荷重を想定した静的荷重に対する円筒ラチスシェルの座屈荷重に関して数多くの研究がなされている。例えば、加藤・中澤ら¹⁻⁵⁾は固定荷重を模した等分布荷重や積雪荷重を模した偏載荷重を受ける単層円筒ラチス屋根の幾何形状のパラメータが座屈荷重に与える影響を分析し、弾塑性座屈荷重を修正ダンカレー式により評価できることを明らかにしている。また、山田(聖)⁶⁾は初期不整を有するラチスシェル屋根を対象にRS法に基づく座屈荷重評価法を提案している。このように既往の研究により、ラチス構造の有効剛性を用いて座屈荷重を推定する手法や、正規化細長比 Λ_e より座屈荷重を推定する手法など数多くの研究が行われ、その成果がまとめられている⁷⁻⁹⁾。また、屋根型円筒ラチスシェルの地震動に対する動的座屈性状についても数多くの研究がなされている。山田(聖)ら¹⁰⁾は梁間方向に地震入力を受ける場合、水平地震入力に対しても鉛直応答を含む複雑な応答を示すことを明らかにしている。竹内・小河ら¹¹⁻¹²⁾は面外剛性が高い場合、地震時の振動モードが比較的単純化され逆対称モードで表現できることを示し、応答増幅率を用いた地震時応答を模擬した静的地震荷重を提案している。なお、地震荷重に対するラチスシェルの耐力の検討は主にラチスド

ームを対象に研究がなされている。加藤ら¹³⁻¹⁴⁾、村田¹⁵⁾、熊谷・小河ら¹⁶⁾は観測地震波、ステップ波、単一パルス波のような動的荷重に対して崩壊加速度の分析をしている。中澤・加藤ら¹⁷⁾は時刻歴応答解析により最大応答値を示す時刻での応答加速度分布に比例した分布荷重下での静的座屈解析による結果と時刻歴応答解析による結果の比較を行っている。しかし、入力位相に依存するラチスシェルの動的座屈性状は一般的に複雑であり形状パラメータの影響を把握することが難しい。そこで、筆者らは地震荷重下における円筒ラチスシェルの安定性を論じる基礎的研究として、文献18)で静的地震荷重¹¹⁻¹²⁾の鉛直成分のみに比例した分布荷重を受ける際の座屈性状について明らかにしている。しかし、上記検討は複数のパラメータを変化させて行われているものの、静的地震荷重に対する円筒ラチスシェルの座屈耐力について一般化された評価がなされていない。

そこで本研究では、屋根形円筒ラチスシェルを対象として、既往の研究で提案されている静的地震荷重¹¹⁻¹²⁾に対する座屈耐力を連続体置換法による線形座屈荷重から誘導することを試みる。連続体置換法による線形座屈荷重式の誘導は、坪井¹⁹⁾、加藤・山下ら^{4,20-22)}、山田(聖)⁶⁾、著者ら²³⁻²⁴⁾等により行われているものの、これらは固定荷重に対して誘導したものであり、地震荷重に対して線形座屈

*1 東京工業大学大学院理工学研究科建築学専攻 教授・工博

*2 元 東京工業大学大学院理工学研究科建築学専攻
大学院生・修士(工学)

*3 東京工業大学大学院理工学研究科建築学専攻
助教・博士(工学)

*4 東京工業大学大学院理工学研究科建築学専攻
教授・博士(工学)

Prof., Dept. of Arch. and Building Eng., Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

Former Graduate Student, Dept. of Arch. and Building Eng., Tokyo Institute of Technology, M. Eng.

Assist. Prof., Dept. of Arch. and Building Eng., Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

Prof., Dept. of Arch. and Building Eng., Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

荷重式を提案したものは見あたらない。なお、構造物は常時・積雪時等により様々な条件の固定荷重の上に地震荷重を受けるものの、固定荷重を受けない状態は、地震時の座屈荷重の上界になると考えられる。このため、まずは固定荷重の影響を除いて座屈性状をとらえ、鉛直等分布荷重に対する座屈性状と比較することが研究の端緒となる。そこで本研究では、静的地震荷重に対する座屈に関する第一段階の検討として、固定荷重に対する座屈性状と比較するために屋根のみのモデルを基本に、固定荷重を受けない状態での既往の研究11-12)で提案されている静的地震荷重による座屈性状を分析する。まず、静的地震荷重に比例した分布荷重に対して連続体置換法による線形座屈荷重式の誘導を行う。次に、静的座屈解析を行うことで座屈耐力を把握し、固定荷重に対して一般的に行われる正規化細長比 λ_e を用いた修正ダンカレー式による弾塑性座屈荷重の評価を試みる。最後に、より簡易な評価手法として連続体置換法により固定荷重に対する座屈耐力と静的地震荷重に対する座屈耐力の関係の評価式を提案する。

2. 解析モデルおよび解析概要

解析モデル 対象とする解析モデルは、図1および表1に示すアーチスパン $L_x=36\text{m}$ 、桁行方向のスパン $L_y=48\text{m}$ の屋根型円筒ラチスシェルである。半開角 θ は $20^\circ, 30^\circ, 40^\circ$ の3種類、部材接合部は剛接合とする。節点A, O, A'を通る円弧を稜線と呼ぶ。母線方向の部材を基準部材とし、基準部材長さ l_0 は 4.0m とする。境界条件は全外周節点をピン支持とする。表2に部材諸元を示す。モデルを構成する部材は全て円形鋼管とする。ラチス材は基準部材 l_0 での部材細長比 λ が33, 50, 70となる単一断面とする。ラチス材の材料特性は図2および表3に示すようなbi-linear型を仮定する。屋根部の固定荷重は、構

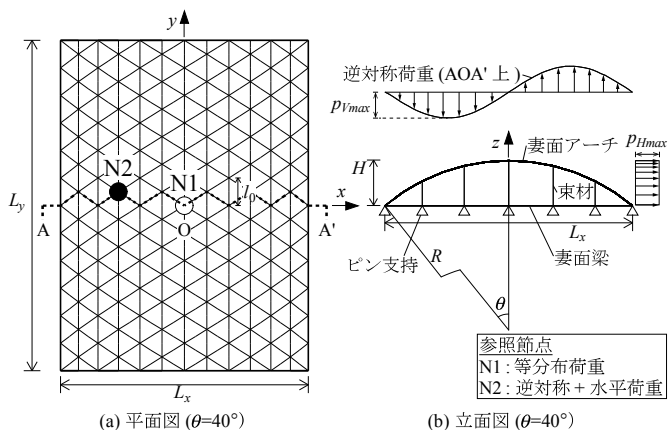


図1 解析モデル（屋根型円筒ラチスシェル）

表1 形状諸元

半開角 $\theta(^{\circ})$	20	30	40
x 方向のスパン L_x (cm)	3600		
y 方向のスパン L_y (cm)	4800		
円弧の曲率半径 R (cm)	5263	3600	2800
円筒のライズ H (cm)	317	482	655
母線方向の部材長さ l_0 (cm)	400		

モデル名 FC30L1.3 λ 70
 ① ② ③ ④
 ① FC: 下部付加モデル
 C: 屋根モデル
 ② 半開角 ($^{\circ}$)
 ③ スパン比 L_y/L_x
 ④ 部材細長比 λ

表2 部材諸元

部材位置	ラチス材（屋根部材）			境界部材			
	$\lambda=33$	$\lambda=50$	$\lambda=70$	妻面アーチ	妻面梁	桁行梁	束材
外径 d_0 (cm)	35.56	23.20	16.57	55.88	35.56	101.60	19.07
厚み t (cm)	0.95	0.58	0.41	1.50	1.10	2.00	0.40

造材重量、仕上げ材重量、吊り荷重等を考慮して 1.18kN/m^2 とする。周辺境界部材は、文献18)と同様に、四隅および妻面梁上の節点をピン支持、桁行梁上の節点をx方向ローラー支持した場合に固定荷重下で部材応力が一様となるよう断面設計する。なお、境界部材は弾性とする。モデル名は表1の右に示すように、C(またはFC)[半開角] λ [スパン比] λ [細長比]とする。なお、FCは屋根モデル(C)に地震応答の影響を分析する際に重要となる下部構造を付加したモデルであり、FCモデルを対象とした分析は本研究で提案する静的地震荷重の評価式と時刻歴応答を比較する6章においてのみ行う。ここで、下部構造は文献11)と同様に、柱脚は固定支持、屋根構造と下部構造の間はピン接合とする。

解析概要 解析方法は静的座屈解析、動的応答解析である。静的座屈解析では、線形固有値解析、幾何学的非線形を考慮した弾性および弾塑性座屈解析の3種類を行う。座屈解析による釣合経路の探索には弧長増分法を用いる。動的応答解析では、モード間の相関を考慮するCQC法を用いた応答スペクトル解析（以下、CQC法）と時刻歴応答解析である。時刻歴応答解析には数値積分法としてNewmark β 法($\beta=1/4$)を用い、解析時間刻みは 0.005 秒とする。解析モデルの減衰はReyleigh型とし、減衰定数 h は1次と2次のモードに対し2%とする。部材要素は、文献25-27)と同様の線材要素とし、文献24)と同様に軸方向に2点、周方向に16点の積分点を設け、これらの点において応力-歪み関係の追跡および弾塑性判定を行う。ラチス材には材軸方向の中央に節点を設け、一部材を二要素に分割することで部材座屈を考慮する。

載荷荷重 静的座屈解析での載荷荷重分布は、固定荷重に比例した鉛直分布荷重（等分布荷重）および静的地震荷重に比例した分布荷重（逆対称+水平荷重）である。静的地震荷重は半開角 40° 以下で提案されたx方向水平地震動を入力時の応答加速度¹¹⁻¹²⁾と各節点の質

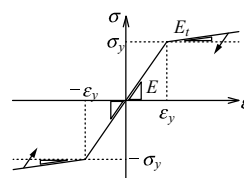


図2 材料特性

表3 材料特性

ヤング係数 E (N/mm ²)	2.06×10^5
ひずみ硬化勾配 E_t (N/mm ²)	2.06×10^3
降伏応力度 σ_y (N/mm ²)	295

表4 静的地震荷重¹¹⁻¹²⁾

	鉛直方向	水平方向
静的地震荷重 $p_V(x, y), p_H(x, y)$	$m \cdot A_{eq} F_V \sin\left(\frac{2x\pi}{L_x}\right) \cos\left(\frac{y\pi}{L_y}\right)$	$m \cdot A_{eq} \left\{ 1 + (F_H - 1) \cos\left(\frac{x\pi}{L_x}\right) \cos\left(\frac{y\pi}{L_y}\right) \right\}$
静的地震荷重 最大値	$p_{Vmax} = p_V(-L_x/4, 0) = m \cdot A_{eq} F_V$	$p_{Hmax} = p_H(0, 0) = m \cdot A_{eq} F_H$
鉛直、水平 応答増幅率 ¹¹⁾ F_V, F_H	$F_V = \begin{cases} 3C_y \theta & (0 < R_T \leq 5/16) \\ (\sqrt{5/R_T} - 1) C_y \theta & (5/16 < R_T \leq 5) \\ 0 & (5 < R_T) \end{cases}$	$F_H = \begin{cases} 3/2 & (0 < R_T \leq 1/4) \\ (\sqrt{1/R_T} + 1)/2 & (1/4 < R_T \leq 1) \\ 1 & (1 < R_T) \end{cases}$
応答増幅率 ¹²⁾ 修正 F_V', F_H'	$F_V' = \sqrt{F_V^2 + \frac{1}{(1-R_T^2)^2 + (1/R_M)^2}}$	$F_H' = \sqrt{F_H^2 + \frac{1}{(1-R_T^2)^2 + (1/R_M)^2}}$

A_{eq} : 等価1質点系の応答加速度, x, y : シェル中央を原点とする xy 座標, F_V, F_H : 鉛直、水平応答増幅率, F_V', F_H' : 屋根部と下部構造の共振を考慮した鉛直、水平応答増幅率の修正値, T_R : 屋根部の逆対称1波型の振動モードの固有周期, T_{eq} : 等価1質点系の固有周期, $R_T = T_{eq}/T_R$, M_R : 屋根部の質量, M_{eq} : 等価1質点系の質量, M_R' : 振動に関与する屋根部の質量 ($M_R' = 0.50 \cdot M_R$), R_M : 質量比 ($R_M = M_{eq}/M_R'$), C_y : 係数 ($C_y = 1.33$), θ : 半開角 (rad)

量の積より算出される荷重 (表 4) とする。なお、この荷重は下部構造を付加した面外剛性の比較的大きな円筒ラチスシェルに対して主要モードによる応答加速度分布を正弦波型の形状で包括するように定められ、この荷重を載荷した時の部材応力は誤差はあるものの、地震時の最大応力を概ね評価できることが示されている。つまり、このような荷重を静的に載荷することにより座屈耐力を評価することが可能であると考えられる。静的地震荷重の鉛直成分は、鉛直応答増幅率 F_V によらず図 1 に示すような正弦波 1 波型の分布形状となる逆対称荷重である。一方、水平成分は、水平応答増幅率 F_H により図 3 に示すような等分布荷重または節点 O で最大となる分布荷重となる。そこで 3 章では、このような分布形状の違いが座屈荷重に与える影響を分析する。表 4 より逆対称 + 水平荷重の水平成分の最大値に対する鉛直成分の最大値の比 p_{Vmax}/p_{Hmax} は、応答増幅率の比 F_V/F_H と同値であることがわかる。そこで 4 章以降は、この値をパラメータとすることで対象とする円筒ラチスシェルを包括的に分析する。図 4 に応答増幅率を示す。図に示すように水平応答増幅率 F_H 、応答増幅率の比 F_V/F_H は周期比 R_T に依存する。なお、屋根部と下部構造の共振を考慮した応答増幅率 F_V' 、 F_H' は質量比 R_M にも依存する。

座屈荷重 鉛直分布荷重の最大値に対応した節点を参照節点と呼ぶ。参照節点は等分布荷重下においては中央節点 N1、逆対称 + 水平荷重下においては節点 N2 となる (図 1)。座屈時の参照節点における鉛直方向の荷重値を座屈荷重と定義する。

3. 水平荷重の分布形状の違いが座屈荷重に与える影響

x 方向水平地震動を受ける円筒ラチスシェルでは、応答加速度の水平成分の分布が屋根部と下部構造の周期比により異なることが既往の研究¹¹⁻¹²⁾で明らかにされている。図 4 に示すように水平応答増幅率 F_H がとる範囲は R_M が小さい範囲で 1~1.5 であり、水平応答増幅率 F_H を 1, 1.5 とした際の逆対称 + 水平荷重の水平成分は図 3 に示す分布形状となる。水平荷重は F_H が 1 の場合では等分布となり、 F_H が 1 より大きい場合では節点 O で最大となる分布となる。そこで本章では、このような分布形状の差が座屈荷重に与える影響を、線形固有値解析および弾塑性座屈解析を行うことで分析する。

線形座屈性状 図 5 に逆対称荷重下または $+x$ 方向に水平荷重を載荷した際の 1 次座屈モードを示す。水平荷重下の 1 次座屈モードは水平荷重の分布形状によらず逆対称荷重下と類似した座屈モード形状を示す。これは、図 6 に示す水平荷重下における各部材に発生する軸力の正負が逆対称荷重下と概ね等しいためである。言い換えれば、 $+x$ 方向に水平荷重を載荷した場合に、軸力分布が逆対称荷重下と同様の分布となるため、静的地震荷重に対する座屈に関して危険側の位相となる。以降、水平荷重の載荷方向は、文献 11-12) において提案されているとおり $+x$ 方向とする。

弾塑性座屈荷重 逆対称 + 水平荷重の水平成分に対する鉛直成分の比 p_{Vmax}/p_{Hmax} が等しいものの、水平成分の分布形状が異なる場合について分析する。水平応答増幅率 F_H が最大となるモデル ($R_T=0$) において水平成分を水平等分布荷重に近似した際の座屈荷重について検討する。

これらの分布荷重下での弾塑性座屈解析による鉛直荷重-鉛直変位関係を図 7 に示す。図中の Δ は初期降伏荷重であり、最初に部材降伏が発生した時の荷重とする。部材降伏は 2 章において説明した積

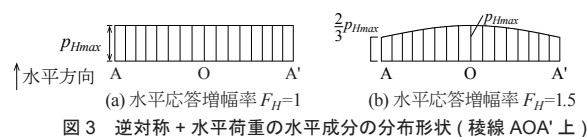


図 3 逆対称 + 水平荷重の水平成分の分布形状 (稜線 AOA' 上)

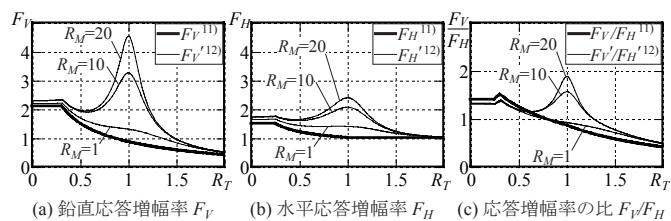


図 4 応答増幅率¹¹⁻¹²⁾ (半開角 $\theta=30^\circ$)

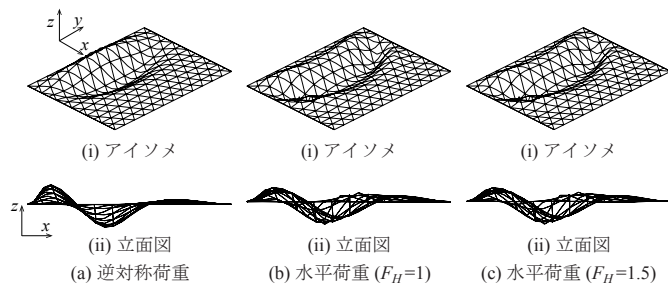


図 5 1 次座屈モード (線形座屈時, C30L1.3A70)

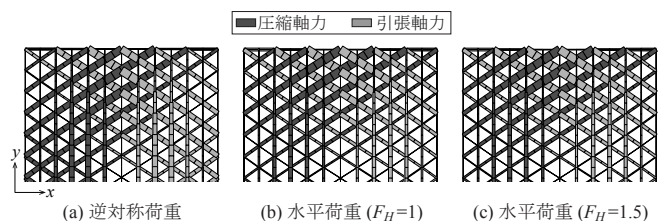


図 6 軸力分布 (線形座屈時, C30L1.3A70)

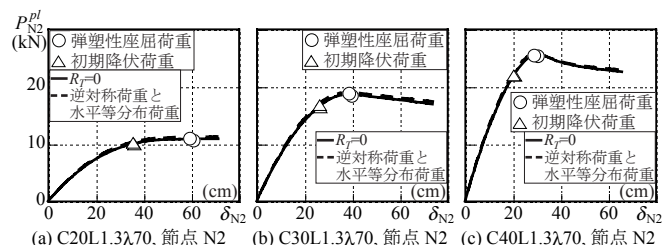


図 7 鉛直荷重 - 鉛直変位関係 (逆対称 + 水平荷重, 弾塑性座屈解析)

分点が 1 点でも降伏応力度に達した場合として定義する。図中の $\bigcirc$ は弾塑性座屈荷重であり、荷重-変位関係における最初の極大点となる荷重とする。荷重-変位関係は水平成分を分布形状によらず同じ推移を示す。水平等分布荷重とした場合の弾塑性座屈荷重は、等分布でない $R_T=0$ に比べて若干小さい値となり、水平荷重の分布形状が座屈荷重に与える影響は小さい。そこで以降では、逆対称 + 水平荷重の水平成分は水平等分布荷重として扱う。

4. 静的地震荷重に比例した分布荷重に対する座屈性状

応答増幅率の比 F_V/F_H ($=p_{Vmax}/p_{Hmax}$) は、図 4(c) に示すように、屋根部と下部構造の周期比により 0~2 程度の範囲をとる。このため、対象とする円筒ラチスシェルを包括的に分析するために、逆対称 + 水平荷重の水平成分と鉛直成分の大きさの関係について以下に示すようなパラメータを設ける。

$$p_{Vmax} : p_{Hmax} = 1:0, 1:0.3, 1:0.5, 1:1, 1:2$$

4.1. 屋根型円筒ラチスシェルの線形座屈荷重評価

4.1.1. 連続体置換法による線形座屈荷重式の導出

本研究で扱う分布荷重を受ける円筒ラチスシェルの線形座屈荷重を連続体置換法により導出する。ここでは、円筒の曲面を次式で表し、ねじり率 $\partial^2 z / \partial x \partial y$ が 0 である放物線の推進面で近似する。

$$z = -x^2 / (2R) \quad (1)$$

ここに、 x, z は xz 座標、 R は曲率半径である。

文献 4,6,19-24) と同様、シェルが扁平であると仮定して微分方程式の固有値として座屈荷重式を導出する。微小要素における釣り合い式 (式 (2))、ひずみと変位の関係式 (式 (3))、応力とひずみ、曲げおよびねじりモーメントと変位の関係式 (式 (4)) を示す。

$$\begin{cases} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} + X = 0, \frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + Y = 0 \\ \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + N_x k_x \\ + \frac{\partial}{\partial x} \left(N_x \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(N_{xy} \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(N_{xy} \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(N_y \frac{\partial w}{\partial y} \right) + Z = 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} - k_x w, \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \quad (3)$$

$$\begin{cases} N_x = K(\varepsilon_x + \nu_m \varepsilon_y), N_y = K(\varepsilon_y + \nu_m \varepsilon_x), N_{xy} = K_{xy} \gamma_{xy} \\ M_x = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu_b \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), M_y = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu_b \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right), M_{xy} = -D_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{cases} \quad (4)$$

ここに、 X, Y, Z は x, y, z 方向に対する外圧力、 u, v, w は x, y, z 方向に対する変位、 $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ は x, y 方向のひずみ、 γ_{xy} はせん断ひずみ、 N, N_{xy}, M, M_{xy} はそれぞれ軸応力、せん断応力、曲げモーメント、ねじりモーメント、 K, K_{xy}, D, D_{xy} はそれぞれ板の伸び剛性、せん断剛性、曲げ剛性、ねじり剛性、 ν_m, ν_b はそれぞれ面内、面外に対するポアソン比、 k_x は曲率 $\partial^2 z / \partial x^2$ である。

なお、式 (4) では部材のねじり剛性は考慮していない。ここで、座屈前は完全な膜応力状態が成立していると仮定し、膜応力による変形は座屈による変形に比べ非常に小さく、座屈前後において微小要素に作用する各応力は次のように変化すると仮定する。

座屈前	座屈後	座屈前	座屈後
N_{x0}	$\rightarrow N_{x0} + N_x$	$M_{x0}(=0)$	$\rightarrow M_x$
N_{y0}	$\rightarrow N_{y0} + N_y$	$M_{y0}(=0)$	$\rightarrow M_y$
N_{xy0}	$\rightarrow N_{xy0} + N_{xy}$	$M_{xy0}(=0)$	$\rightarrow M_{xy}$

式 (2) より座屈前後の釣り合いの方程式をたて、座屈により生じる応力の応力関数 ϕ を次式で定義する。

$$N_x = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}, N_{xy} = -\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y}, N_y = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \quad (5)$$

式 (3) より求める適合条件式と座屈前後の釣り合い方程式より次式を得る。

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{1}{K} \frac{\partial^4}{\partial x^4} + \frac{1}{K} \frac{\partial^4}{\partial y^4} + \left(\frac{1}{K_{xy}} - \frac{2\nu_m}{K} \right) \frac{\partial^4}{\partial^2 x \partial^2 y} \right\} \left(-N_{x0} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - 2N_{xy0} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} - N_{y0} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) w \\ & + \left\{ \frac{1}{K} \frac{\partial^4}{\partial x^4} + \frac{1}{K} \frac{\partial^4}{\partial y^4} + \left(\frac{1}{K_{xy}} - \frac{2\nu_m}{K} \right) \frac{\partial^4}{\partial^2 x \partial^2 y} \right\} \left\{ D \left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \right) + 2(D\nu_b + D_{xy}) \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} \right\} w \\ & + \left\{ k_x \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_y \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right\}^2 w = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

ここに、 $\bar{K} = (1 - \nu_m^2)K$ である。

ここからは、加藤・中澤らによる既往の研究 4) で提案されている鉛直等分布荷重を対象とした座屈荷重式の算出方法と比較して、静的地震荷重を対象とした座屈荷重式の算出方法を示す。
鉛直等分布荷重の場合 座屈モード w は、座屈荷重式の算出が容易な上に安全側の評価となるように、境界条件を周辺単純支持として式 (7) により仮定する。

$$w = B_{mn} \sin \left\{ m' \pi (x + L_x/2) / L_x \right\} \sin \left\{ n' \pi (y + L_y/2) / L_y \right\} \quad (7)$$

ここに、 m', n' は x, y 方向の座屈モードの半波の個数、 L_x, L_y は x, y 方向のスパンである。

ここで、外圧力と膜応力の関係を示す。鉛直外圧力 Z を p_V (等分布) とすると座屈前の応力は次式で表される。

$$N_{x0} = -\frac{p_V}{k_x}, N_{xy0} = 0, N_{y0} = -\frac{\nu_m p_V}{k_x} \quad (8)$$

式 (6)~(8) より、線形座屈荷重式は次式で表せる。

$$P_{cr}^{lin} = A_{node} \frac{k_x}{m_a^2 + \nu_m n_b^2} \times \left\{ D(m_a^4 + n_b^4) + 2(D\nu_b + D_{xy})m_a^2 n_b^2 + \frac{k_x^2 n_b^4}{\frac{m_a^4 - 2\nu_m m_a^2 n_b^2 + n_b^4}{K(1 - \nu_m^2)} + \frac{m_a^2 n_b^2}{K_{xy}}} \right\} \quad (9)$$

ここに、 A_{node} は節点あたりの支配面積、 $m_a = m' \pi / L_x$ 、 $n_b = n' \pi / L_y$ である。ここで、4.1.2 項にて後述するように $m_a \gg n_b$ であるとして式 (9) は次式で近似される。

$$P_{cr}^{lin} = A_{node} k_x \left(Dm_a^2 + k_x^2 K(1 - \nu_m^2) \frac{n_b^4}{m_a^6} \right) \quad (10)$$

上式における極値をとる m_a を求め、式 (9) に代入することで線形座屈荷重式は次式のように導出される。

$$P_{cr}^{lin} = C_0 \frac{EA_b T}{p} \left(\frac{\theta_0}{\lambda_{0g}} \right)^2 \left\{ B_1 + \frac{1}{3B_2} \right\} \quad (11)$$

ここに、 A_b は斜材の断面積、 p は桁行方向のパネル (分割) 数、 θ_0 は部材半開角、 C_0, T, λ_{0g} は形状に関する関数、 B_1, B_2 は剛性に関する関数である。各関数の詳細は文献 4) を参照されたい。

なお、極値をとる m_a を線形座屈荷重式の近似式 (10) に代入することでより簡便な次式が得られる。

$$P_{cr}^{lin} = \frac{A_{node}}{R} \left(\frac{1}{3^4} + 3^{-\frac{3}{4}} \right)^4 \sqrt{\frac{D^3 K(1 - \nu_m^2)}{R^2}} \frac{\pi}{L_y} \quad (12)$$

本研究では、静的地震荷重に対する線形座屈荷重式 (式 (19)) との対比が容易となるように、等分布荷重に対する座屈荷重の算出には式 (12) を用いる。なお後述するように、式 (12) により算出される座屈荷重は、加藤・中澤らにより提案された式 (11) よりも小さな値をとる。

静的地震荷重の場合 座屈モード w は、座屈荷重式の算出が容易な上に安全側の評価となるように、4 隅 $((x, y) = (\pm L_x/2, \pm L_y/2))$ (順不同)) の境界条件を単純支持として式 (13) により仮定する。

$$\begin{aligned} w &= B_{mn} \sin \left\{ m' \pi (x + L_x/2) / L_x \pm n' \pi (y + L_y/2) / L_y \right\} \\ &= B_{mn} \sin \left[m' \pi \left\{ x + L_x/2 - \alpha (y + L_y/2) \right\} / L_x \right] \end{aligned} \quad (13)$$

ここに、 m', n' は x, y 方向の座屈モードの半波の個数であり、 α は座屈モードの振幅が 0 となる箇所を結んだ線（節線²⁸⁾）の傾きである。なお、この座屈モードはせん断応力を受ける矩形板や捩りを受ける筒形殻の座屈形状を参考にしている²⁸⁾。ここで、外圧力と膜応力の関係を示す。まず、静的地震荷重の鉛直成分に対する座屈前の応力は、周辺ピン支持の場合を想定し、式(2)を満たすように次式で表現する。

$$\begin{aligned} N_{x0}'(x, y) &= \frac{p_{Vmax}}{k_x} \sin\left(\frac{2x\pi}{L_x}\right) \cos\left(\frac{y\pi}{L_y}\right), \\ N_{xy0}'(x, y) &= -\frac{2p_{Vmax}L_y}{k_x L_x} \cos\left(\frac{2x\pi}{L_x}\right) \sin\left(\frac{y\pi}{L_y}\right), \\ N_{y0}'(x, y) &= \frac{4p_{Vmax}L_y^2}{k_x L_x^2} \sin\left(\frac{2x\pi}{L_x}\right) \cos\left(\frac{y\pi}{L_y}\right) \end{aligned} \quad (14)$$

ここに、 p_{Vmax} は $p_V(x, y)$ の最大値であり、 x, y の領域は節点 O（図 1）を原点とし $-L_x/2$ から $L_x/2$ 、 $-L_y/2$ から $L_y/2$ とする。

なお、これらの応力 $N_{x0}', N_{xy0}', N_{y0}'$ の分布は、図 6 (a) に示す軸力分布と概ね良い対応を示す。また、水平外圧力 p_H （等分布）に対する座屈前の応力は、周辺ピン支持の場合を想定し、外圧力が面外方向と面内方向の成分に分離されることを考慮することで、式(2)を満たすように次式で表現する。

$$\begin{aligned} N_{x0}''(x, y) &= p_{Hmax}x, N_{xy0}''(x, y) = -p_{Hmax}\left(1 + \sqrt{1 - (k_x x)^2}\right)y, \\ N_{y0}''(x, y) &= -\frac{1}{2}p_{Hmax}k_x^2 \frac{xy^2}{\sqrt{1 - (k_x x)^2}} \end{aligned} \quad (15)$$

ここに、 p_{Hmax} は $p_H(x, y)$ の最大値である。

式(14)、(15)が示すように、静的地震荷重に対する応力分布は一様でない。このため、座屈理論により解を得るためには、座屈モードを式(13)と仮定するのではなく二重フーリエ級数と仮定すべきである。しかし、このようなより厳密な仮定は解を陽な形で表現することを困難とする。そこで本論文では、等分布荷重に対する解との対応関係の比較が可能となるような見通しの良い解を得るために、最大応力点のみに着目した解を誘導する。図 6 に示すように逆対称荷重下および水平荷重下において軸力が大きい位置は $(x, y) = (0, L_y/2)$ である。

表 5 有効剛性（3 方向グリッド）^{8-9,29)}

伸び剛性 K	せん断剛性 K_{xy}	曲げ剛性 D	ねじり剛性 D_{xy}	ポアソン比 (面内) ν_m	ポアソン比 (面外) ν_b
$\frac{3\sqrt{3}EA}{4l}$	$\frac{\sqrt{3}EA}{4l}$	$\frac{\sqrt{3}(3EI+GJ)}{4l}$	$\frac{\sqrt{3}(EI+GJ)}{2l}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{EI-GJ}{3EI+GJ}$

E : ラチス材のヤング係数、 A : ラチス材の断面積、 I : ラチス材の断面 2 次モーメント、 GJ : ねじり剛性、 l : 部材長さ

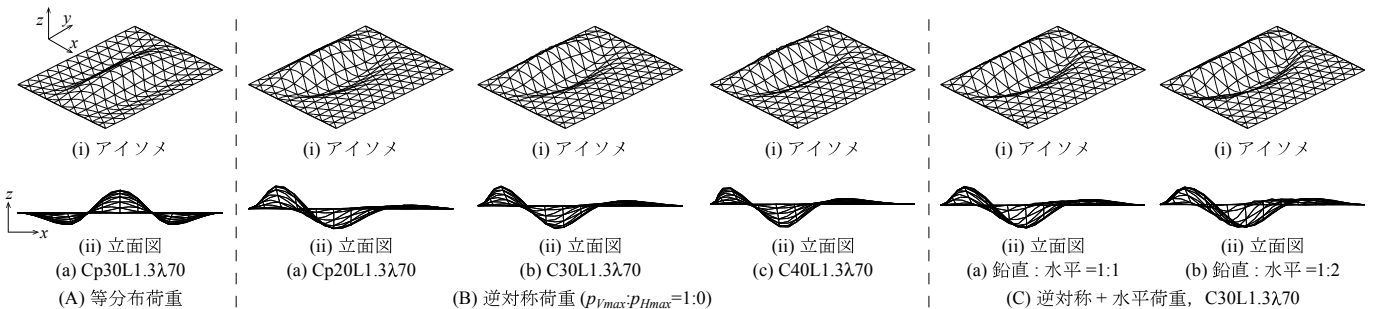


図 8 1 次座屈モード（線形座屈時）

この位置における静的地震荷重による座屈前の応力は式(14)、(15)より次式で表される。

$$N_{x0} = 0, N_{xy0} = -p_{Vmax} \left(\frac{2L_y}{k_x L_x} + \frac{p_{Hmax}}{p_{Vmax}} L_y \right), N_{y0} = 0 \quad (16)$$

ここに、 p_{Hmax}/p_{Vmax} はモデルの半開角および周期比により定まる定数である。

式(6)、(13)~(16)より、線形座屈荷重式は次式で表せる。

$$P_{cr}^{lin} = -A_{node} \frac{k_x L_x}{4L_y} \frac{1}{\left(1 + \frac{p_{Hmax} L_x k_x}{p_{Vmax} 2}\right) \alpha m_a^2} \times \left\{ D(m_a^4 + \alpha^4 m_a^4) + 2(Dv_b + D_{xy}) \alpha^2 m_a^4 + \frac{k_x^2 \alpha^4 m_a^4}{\left[\frac{m_a^4 - 2v_m \alpha^2 m_a^4 + \alpha^4 m_a^4}{K(1-v_m^2)} + \frac{\alpha^2 m_a^4}{K_{xy}} \right]} \right\} \quad (17)$$

ここで、座屈前の応力の重ね合わせ位置 $((x, y) = (0, L_y/2))$ におけるせん断応力の向きを考慮して座屈モードの節線の傾き α が負であること、また、その周辺において $|N_{x0}| < |N_{y0}|$ であることを考慮して x 方向よりも y 方向の半波長が短いことを意味する $\alpha \leq -1$ を仮定し、式(17)の下界を次式で抑える。

$$P_{cr}^{lin} = \frac{A_{node} k_x L_x}{4L_y} \frac{1}{1 + (p_{Hmax} / p_{Vmax}) \sin \theta} \times \left\{ 2(D + Dv_b + D_{xy}) m_a n_b + \frac{k_x^2}{\left(\frac{2}{K(1-v_m^2)} + \frac{1}{K_{xy}} \right) m_a n_b} \right\} \quad (18)$$

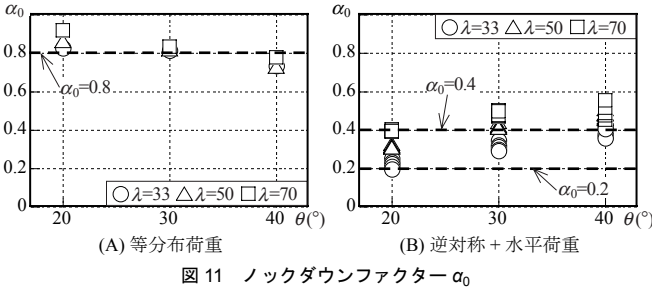
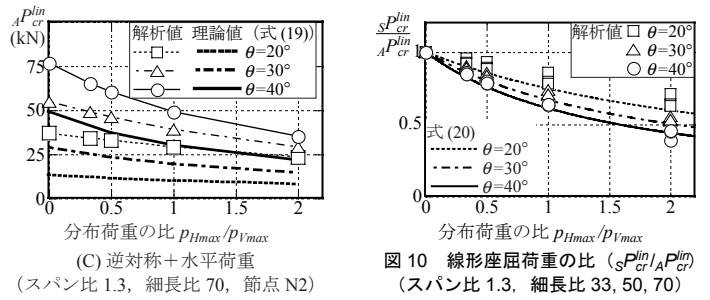
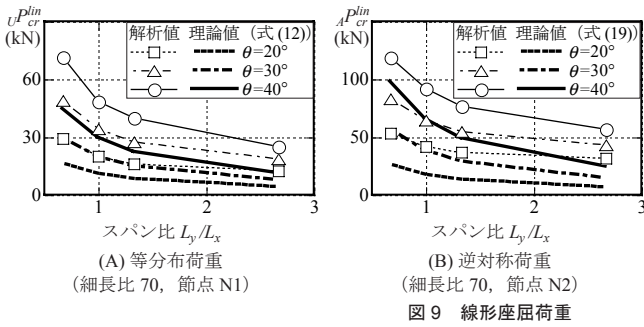
さらに、相加相乗平均の関係を用いることで、線形座屈荷重式は次式のように導出される。

$$P_{cr}^{lin} = \frac{A_{node} L_x}{2R^2 L_y} \frac{1}{1 + (p_{Hmax} / p_{Vmax}) \sin \theta} \sqrt{\frac{2(D + Dv_b + D_{xy}) K K_{xy} (1 - v_m^2)}{K(1 - v_m^2) + 2K_{xy}}} \quad (19)$$

なお一般的には、線形座屈荷重式の下界を抑えるにあたり、座屈モード形状を推定できる。しかし、静的地震荷重に対しては座屈前の応力が $(x, y) = (0, L_y/2)$ のみしか成り立っていないため、下界を与える半波数 m' および節線の傾き α は実際の座屈モードと対応しない。また以降では、式(12)、(19)により算出される座屈荷重を理論値と呼ぶ。

4.1.2. 線形座屈モードの分析

本項では線形座屈モードを分析する。図 8 に線形固有値解析による 1 次座屈モードを示す。既往の研究^{4),18)}でも述べられているように、各分布荷重下でのモード形状は x 方向に複数、 y 方向に 1 つ座屈半波数を持つ形状である。等分布荷重下での 1 次座屈モードは全



体に変位が見られる。一方、逆対称+水平荷重下では、鉛直下向き荷重を受けて部材に圧縮軸力を生じる部分に変位が見られる。なお、式(10)の近似は m_a が n_b よりも 2 倍程度以上大きければ成立するとされる⁴⁾。図の (A) に示したモデルでは、 m_a が n_b の 4 倍であり、この近似の仮定を十分満足していると言える。

図 9 に表 5 に示す 3 方向グリッドの有効剛性^{8-9,29)}を用いて等分布荷重および逆対称荷重における参照節点での線形座屈荷重 P_{cr}^{lin} を示す。なおここでは、本研究で扱っているような正弦波型ではないが、逆対称荷重下における座屈荷重を分析した藤本ら³⁰⁾により反比例の関係があるとされるスパン比と座屈荷重の関係も確認するため、桁行方向スパン L_y を 48m から 24m, 36m, 96m としたモデルの値も図示する。各分布荷重下における線形座屈荷重は半開角が大きくなり、スパン比が小さくなるに伴い大きくなる。逆対称荷重下における線形座屈荷重は等分布荷重下と比べ 2 倍程度である。等分布荷重下における理論値は解析値より小さい。これは、式(12)による座屈荷重は式(11)よりも 1 から 2 割程度小さいことにもよるが、既往の研究⁴⁾で示されているように、境界条件を周辺単純支持として理論値を算出しているため、ピン支持ではやや安全側の評価となるためである。また、逆対称荷重下、逆対称+水平荷重下における理論値と解析値の関係も等分布荷重下と同様の傾向が見られる。詳細に比較すると、半開角が小さくなるに伴い、理論値と解析値の差は大きくなることとがわかる。なお、図には示していないが、細長比 λ も小さくなるに伴い、これらの差は大きくなる。具体的には、スパン比 L_y/L_x が 1.3 の場合、等分布荷重下では理論値は解析値の 1.8 から 2.2 倍程度の値を、逆対称荷重下では 1.6 から 6.0 倍程度の値をとる。等分布荷重よりも逆対称荷重に対する理論値と解析値の差が大きいのは、等分布荷重に対する座屈モード (式(7)) の境界条件に関する仮定を周辺単純支持としたものの、逆対称荷重に対する座屈モード (式(13)) の仮定は 4 隅単純支持としたためであると考えられる。

次に逆対称荷重下における線形座屈荷重 A_{cr}^{lin} に対する逆対称+水平荷重下における線形座屈荷重 $s_{cr}^{lin}/A_{cr}^{lin}$ の比 $s_{cr}^{lin}/A_{cr}^{lin}$ について分析する。式(19)より線形座屈荷重の比 $s_{cr}^{lin}/A_{cr}^{lin}$ は次式で表される。

$$\frac{s_{cr}^{lin}}{A_{cr}^{lin}} = \frac{1}{1 + (p_{Hmax} / p_{Vmax}) \sin \theta} \quad (20)$$

図 10 に参照節点での線形座屈荷重の比 $s_{cr}^{lin}/A_{cr}^{lin}$ を示す。 $s_{cr}^{lin}/A_{cr}^{lin}$ はモデルによらず、分布荷重の水平成分が鉛直成分に比べ大きくなるに伴い低下する。また、半開角および部材細長比が異なる場合においても式(20)は概ね良い対応を示す。

4.2. 屋根形円筒ラチスシェルの弾性および弾塑性座屈荷重

4.2.1. 屋根形円筒ラチスシェルの弾性座屈荷重

線形座屈荷重に対する弾性座屈荷重の比 α_0 (ノックダウンファクター) を分析する。図 11 に完全形状モデルに対する各分布荷重下でのノックダウンファクター α_0 を示す。等分布荷重下におけるノックダウンファクターは半開角によらず 0.7~1 程度となる。なお、既往の研究⁴⁾においても、同様の結果が示されている。また同研究では、初期不整を有する場合のノックダウンファクターが、完全形状の場合よりも小さな値をとることも示されている。一方、逆対称+水平荷重下におけるノックダウンファクターは半開角が小さくなるに伴い小さくなり、その値は 0.2~0.6 程度と等分布荷重下と比べ小さく幾何学的非線形性の影響を受けやすい。これは、ガウス曲率が 0 ではないドームなどに比べ円筒ラチスシェルの面外剛性が小さく、文献¹⁸⁾に示しているように逆対称荷重下に対する座屈前の非対称変形が大きいためである。また、固定荷重を考慮した場合にはノックダウンファクターに影響を与えることが予想されるため、この点に関しては更なる検討が今後必要であると考えられる。

4.2.2. 屋根形円筒ラチスシェルの弾塑性座屈荷重

図 12 に弾塑性座屈解析による参照節点での鉛直荷重-鉛直変位関係を示す。等分布荷重下では半開角が小さいモデルにおいて部材降伏が発生する前に座屈が発生する。一方、逆対称+水平荷重下における荷重-変位関係は、部材降伏が発生した後に荷重および変位が増加してから座屈が発生する。逆対称+水平荷重での荷重-変位関係は、分布荷重の水平成分が鉛直成分に比べ大きくなるに伴い勾配が緩やかになり、弾塑性座屈荷重が低下する。また、半開角が大きくなるに伴い水平荷重による弾塑性座屈荷重の低下量が大きくなる。これは、半開角が大きくなるに伴い水平荷重がシェルに対して面外方向に作用するためである。弾塑性座屈時の変位は等分布荷重に比べ逆対称+水平荷重下における変位が大きい。また、逆対称+水平荷重を受ける場合の弾塑性座屈時の変位量をアーチスパン L_x に対する変位としてみると、概ねのモデルで中澤らによる単層ラチスドームの耐震性能評価の研究³¹⁻³²⁾において重要な指標と考えられている 1/250 以上であり、固定荷重を考慮した場合にも 1/250 以上となる可能性がある。地震荷重に対するクライテリアは座屈耐力および限界

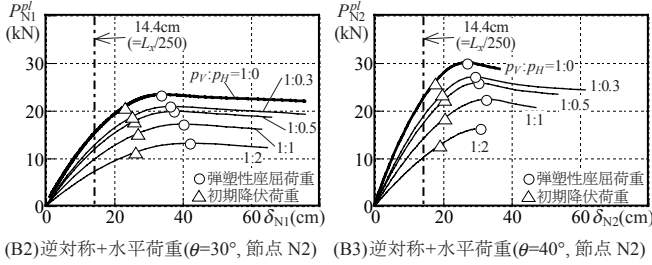
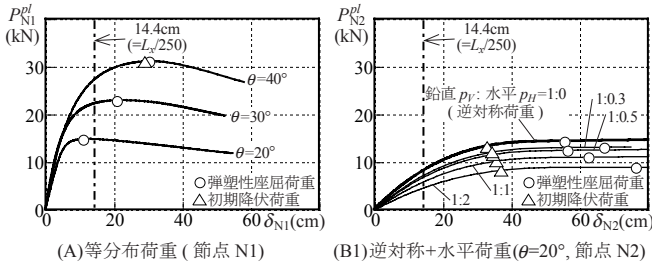


図 12 鉛直荷重 - 鉛直変位関係 (弾塑性座屈解析, スパン比 1.3, 細長比 70)

変形量の両者を考慮する必要があると考えられるが、本研究では座屈耐力の把握を目的とし、2次部材の追従性や接合部の変形性能により決まる限界変形については言及しない。

図 13 に弾塑性座屈時までの逆対称 + 水平荷重下における部材降伏過程を示す。鉛直下向き荷重を受ける部分の斜材に部材降伏が多く見られる。水平成分が鉛直成分に比べ大きくなるに伴い妻面に近い斜材より降伏し、部材降伏数が増大する。また、図 13(B) の○で示す位置にも部材降伏が発生する。

4.2.3. 形状初期不整を有するモデルに対する座屈荷重

ピン支持で細長比 70 で構成されたモデルを対象に逆対称 + 水平荷重下での形状初期不整の影響について分析する。既往の研究⁸⁻¹⁰⁾にならない、形状初期不整は等分布荷重下における 1 次座屈モードと似た形状とし、最大不整振幅 d_0 は等価シェル厚 t_e の 0.2 倍とする。等価シェル厚 t_e は次式により算出する。

$$t_e = 2\sqrt{3} \sqrt{I/A} \quad (21)$$

ここに、 A, I はラチス材の断面積、断面 2 次モーメントである。

図 14 に弾塑性座屈解析による参照節点の鉛直荷重-鉛直変位関係を示す。等分布荷重下では、初期不整を有するモデルの荷重-変位関係の推移は完全形状と異なる。一方、逆対称荷重下では完全形状とほぼ同じ推移となり、同程度の弾塑性座屈荷重を有する。また、逆対称 + 水平荷重下でも完全形状と同様の推移となる。

5. 弾塑性座屈荷重の評価

5.1. 修正ダンカレー式による弾塑性座屈荷重の評価

既往の研究^{1,4,8-9,18)}において等分布荷重下や偏載荷重下の円筒ラチスシェルを対象として一般的に用いられる正規化細長比 Λ_e を用いた修正ダンカレー式による評価法を本研究においても援用し、載荷荷重に対する比較を行う。正規化細長比 Λ_e は次式で与えられる。

$$\Lambda_e = \sqrt{N_y / (\alpha_0 \cdot N_{cr}^{lim})} \quad (22)$$

ここに、 N_y は降伏軸力、 N_{cr}^{lim} は線形座屈解析において最大圧縮応力度を示す部材の線形座屈軸力である。 α_0 はノックダウンファクターであり、本研究では既往の研究¹⁸⁾をもとに等分布荷重下で 0.8、逆対

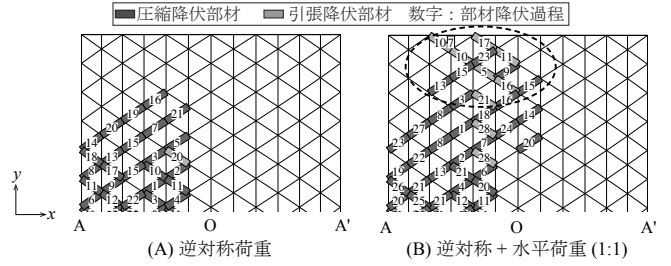


図 13 部材降伏過程 (弾塑性座屈時まで, C30L1.3A70)

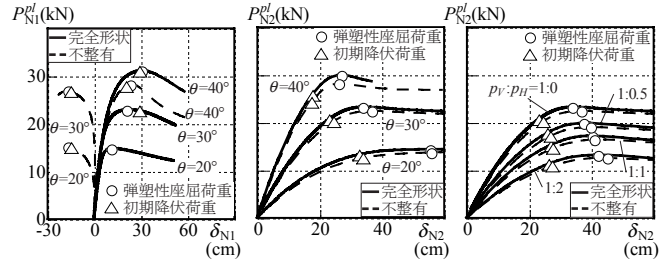


図 14 鉛直荷重 - 鉛直変位関係 (弾塑性座屈解析, スパン比 1.3, 細長比 70)

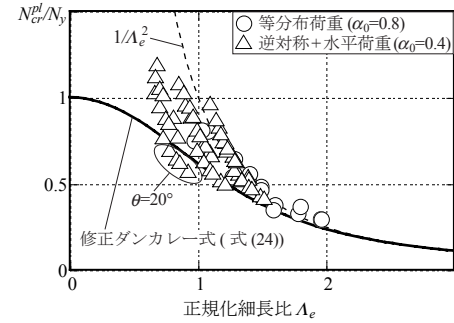


図 15 修正ダンカレー式による弾塑性座屈荷重の評価

称 + 水平荷重下で 0.4 とする。

図 15 に正規化細長比 Λ_e による軸力に換算した弾塑性座屈荷重の評価を示す。縦軸は座屈軸力 N_{cr}^{pl} を降伏軸力で無次元化したものである。 N_{cr}^{pl} は次式で与えられる座屈軸力である。

$$N_{cr}^{pl} = (N_0 / P_0) \cdot P_{cr}^{pl} \quad (23)$$

ここに、 N_0 は微小変形仮定のもとで、単位荷重 P_0 に対して計算される最大圧縮応力度を示す部材の軸力、 P_{cr}^{pl} は弾塑性座屈荷重である。図中に示す修正ダンカレー式は次式で与えられる。

$$\Lambda_e^2 \left(N_{cr}^{pl} / N_y \right) + \left(N_{cr}^{pl} / N_y \right)^2 = 1.0 \quad (24)$$

修正ダンカレー式は概ね安全側で評価できるが、逆対称 + 水平荷重下では半開角 20° のモデルにおいて下回ることがある。

5.2. 連続体置換法による座屈荷重係数の評価

修正ダンカレー式による評価手法は安全側に評価できるものの、載荷荷重毎に線形固有値解析を行う必要があり計算コストが高い。そこで、本項では連続体置換法を用いて簡易に座屈荷重係数の評価を試みる。まず水平荷重による座屈荷重の低下を評価するために、連続体置換法により逆対称荷重での座屈荷重 $A P_{cr}$ に対する逆対称 + 水平荷重下での座屈荷重 $S P_{cr}$ の比 $S P_{cr} / A P_{cr}$ を導出する。

ここで、線形弾性の理論に基づく連続体置換法により弾塑性座屈荷重の評価を行う準備として、線形座屈荷重に対する弾塑性座屈荷

重の比 α_1 (弾塑性座屈荷重の低減係数) を分析する。図 16 に弾塑性座屈荷重の低減係数 α_1 を示す。図の横軸は逆対称荷重に対する弾塑性座屈荷重の低減係数 $A\alpha_1$ 、縦軸は逆対称+水平荷重に対する弾塑性座屈荷重の低減係数 $S\alpha_1$ を示す。これらの低減係数はモデル毎に概ね等しい。つまり、水平荷重が幾何学的非線形および材料非線形性に及ぼす影響は逆対称荷重に比べ相対的に小さいと言える。また、逆対称荷重下に対する逆対称+水平荷重下での座屈荷重の比は、線形固有値解析と弾塑性座屈解析で等しいといえる。この関係および式 (20) に基づき座屈荷重の比 $S P_{cr}^{pl}/A P_{cr}^{pl}$ は次式で表される。

$$\frac{S P_{cr}^{pl}}{A P_{cr}^{pl}} = \frac{S P_{cr}^{lin}}{A P_{cr}^{lin}} = \frac{1}{1 + (P_{Hmax}/P_{Vmax}) \sin \theta} \quad (25)$$

ここに、添え字 *lin*, *pl* はそれぞれ線形および弾塑性を表す。ここで、式 (25) の有効性について分析するために、図 17 に逆対称荷重下での座屈荷重に対する逆対称+水平荷重下での弾塑性座屈荷重の比 $S P_{cr}^{pl}/A P_{cr}^{pl}$ を示し、座屈解析値と式 (25) の対応関係を分析すると、これらは概ね良い対応を示すことがわかる。

このように式 (25) の右の等号も解析結果を評価できているため、固定荷重に対する弾塑性座屈荷重の荷重係数 $\eta_U (= U P_{cr}^{pl}/mg)$ と静的地震荷重に対する弾塑性座屈荷重の荷重係数 $\eta_S (= A P_{cr}^{pl}/m A_{eq} F_V)$ の比は式 (25) を用いると次式のように展開される。

$$\begin{aligned} \frac{\eta_S}{\eta_U} &= \frac{S P_{cr}^{pl}}{A P_{cr}^{pl}} \cdot \frac{mg}{m A_{eq} F_V} \cdot \frac{U P_{cr}^{pl}}{U P_{cr}^{pl}} \\ &= \frac{A P_{cr}^{pl}}{U P_{cr}^{pl}} \cdot \frac{1}{1 + (P_{Hmax}/P_{Vmax}) \sin \theta} \cdot \frac{g}{A_{eq} F_V} \end{aligned} \quad (26)$$

ここに、 $A P_{cr}^{pl}$, $S P_{cr}^{pl}$ は節点 N2 の荷重値を用いて式 (27) により算出した *xy* 座標 $(-L_x/4, 0)$ における逆対称荷重下および逆対称+水平荷重下での弾塑性座屈荷重である。分布荷重の最大値の比 P_{Hmax}/P_{Vmax} は表 4 に示すように応答増幅率の比 F_H/F_V と同値である。

式 (26) の未知数である $A P_{cr}^{pl}/U P_{cr}^{pl}$ の値を分析するために、図 18 に等分布荷重に対する弾塑性座屈荷重 $U P_{cr}^{pl}$ 、逆対称荷重に対する弾塑性座屈荷重 $A P_{cr}^{pl}$ の関係を示す。逆対称荷重下における $A P_{cr}^{pl}$ は式 (27) に節点 N2 における鉛直方向の荷重値を代入することにより算出する。等分布荷重と逆対称荷重下での弾塑性座屈荷重の関係は半開角によらず概ね比例関係にあり、最小二乗法により表すと $A P_{cr}^{pl} = 0.84 \cdot U P_{cr}^{pl}$ となる。また、本モデルにおける下限値は $A P_{cr}^{pl} = 0.73 \cdot U P_{cr}^{pl}$ である。以上より、評価式 (26) と $A P_{cr}^{pl}/U P_{cr}^{pl}$ の下限値である 0.73 程度を用いることで静的地震荷重に対する座屈耐力の下限が得られる。

6. 屋根型円筒ラチスシェルの動的座屈性状

本章では、C30L1.3λ70 および C40L1.3λ70 モデルを例として、本研究で採用した静的地震荷重 (表 4) を質量で除した応答加速度と動的応答解析による応答加速度との精度について分析するとともに、式 (26) の有効性について分析する。また、地震応答の影響を分析する上では標準的な架構形式となる下部構造を付加したモデル (FC) も分析を行う。ここで検討する下部付加モデル FC は、屋根部において逆対称 1 波型の振動モードの卓越により応答が大きくなるように、逆対称 1 波型の振動モードの固有周期に対する等価 1 質点系に置換したモデルの固有周期の比 R_T が 1.0 程度となる下部構造を

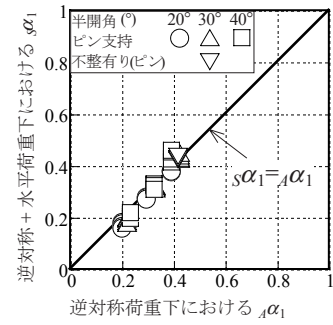


図 16 弾塑性座屈荷重の低減係数 α_1 (スパン比 1.3)

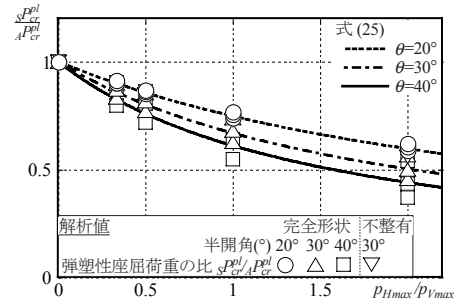


図 17 弾塑性座屈荷重の比 $S P_{cr}^{pl}/A P_{cr}^{pl}$ (スパン比 1.3)

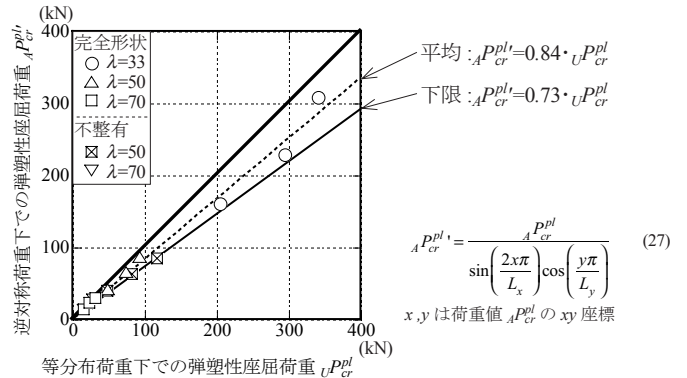


図 18 弾塑性座屈荷重の関係 $U P_{cr}^{pl}$, $A P_{cr}^{pl}$

C30L1.3λ70 モデルに付加した FC30L1.3λ70 モデルとする。なお、下部構造の柱は弾性とし、梁は剛とする。固定荷重は、屋根部では 1.18 kN/m^2 、下部構造では 0.98 kN/m^2 からなる。下部付加モデルでの振動に関与する屋根部の質量 M_R' に対する等価 1 質点系の質量の比 R_M は 2.8 程度である。

6.1. 地震応答特性

図 19 に屋根モデル C30L1.3λ70 と下部付加モデル FC30L1.3λ70 の卓越振動モードを示す。屋根モデルでは高次のモードが卓越し、逆対称 1 波型の振動モードの有効質量比は小さい。一方、下部付加モデルでは、下部構造付加により屋根部が逆対称 1 波を呈すスウェイを伴う振動モードが卓越するようになる。図 20 に CQC 法による最大応答加速度分布を示す。CQC 法で採用する振動モードは *x* 方向の有効質量比の和が 98% 以上となるよう採用する¹¹⁻¹²⁾。入力地震波の応答スペクトル S_A (cm/s^2) には次式で表される BRI-L2³³⁻³⁴⁾ を用いる。

$$S_A = \begin{cases} 350 D_h & (T < 0.05) \\ 350 D_h (T/0.05)^{\{1 + \log_{10}(5/7)/\log_{10} 4\}} & (0.05 \leq T < 0.2) \\ 1000 D_h & (0.2 \leq T < \pi/5) \\ 100 D_h / (T/2\pi) & (\pi/5 \leq T) \end{cases} \quad (28)$$

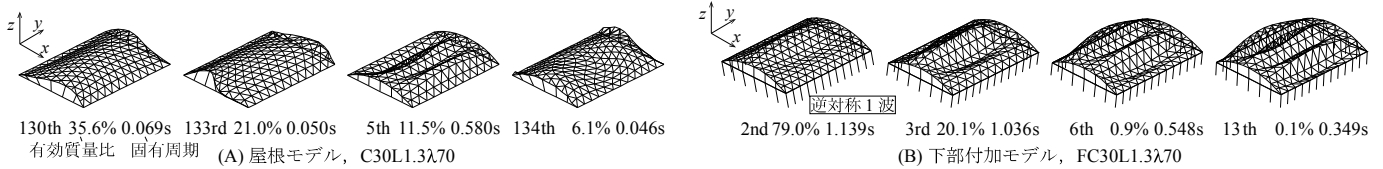


図19 x方向の卓越振動モード（半開角30°）

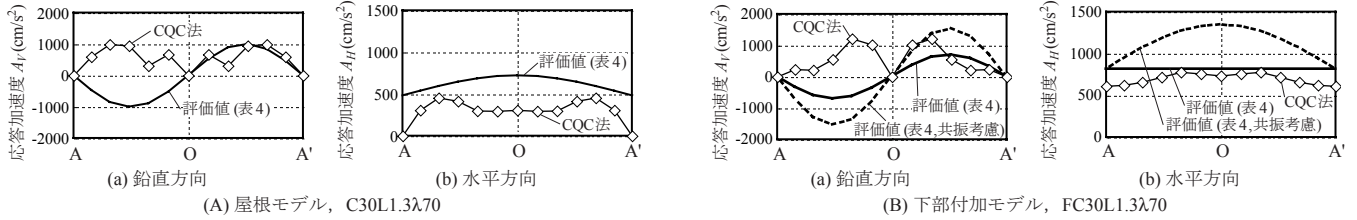


図20 最大応答加速度分布（稜線AOA'上）

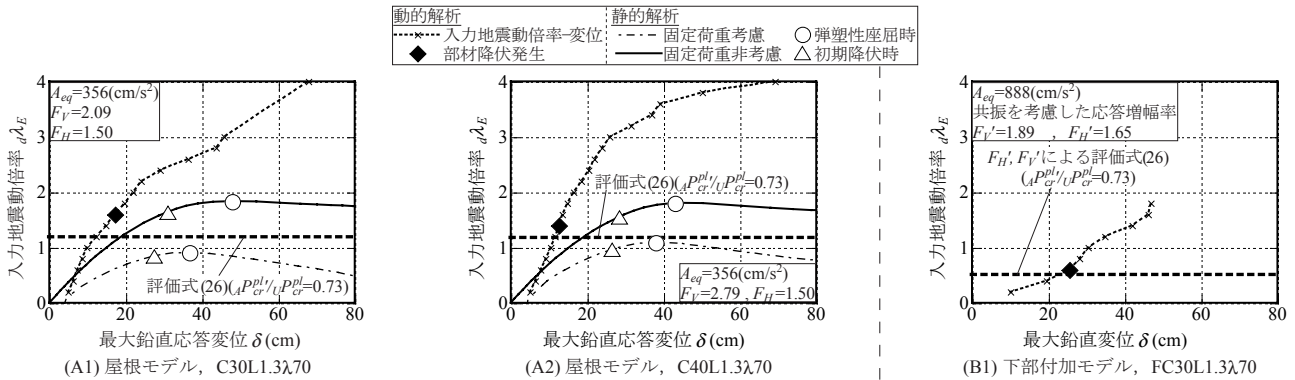


図21 入力地震動倍率-最大鉛直応答変位

$$D_h = \sqrt{\frac{1+ah_0}{1+ah}} \quad (29)$$

ここに、 T は固有周期(s)、 h は対象構造物の減衰定数(=0.02)である。なお、 h_0 は0.05であり、BRI-L2の場合、 a は75である。

図中には表4に示す応答加速度の評価値を併せて示す。屋根モデルおよび下部付加モデルでの鉛直応答加速度は節点Oでほぼ0であり、節点Oを軸に左右対称の分布となる。屋根モデルにおいて、評価値は水平方向で過大評価となるものの、鉛直方向では概ねの節点において安全側に評価できる。このため、逆対称+水平荷重下では耐力や最大応答変位を安全側に評価できると考えられる。また、下部付加モデルにおいても、共振を考慮した最大応答加速度の評価値は鉛直方向に関しても若干過大評価となるものの安全側に評価できるために、耐力や最大応答変位を安全側に評価できると考えられる。

6.2 動的増分解析による動的座屈耐力

最後に、入力地震動強さを変化させて時刻歴応答解析を行うことで評価式(26)の有効性について分析を行う。BCJ-L2の原波を入力地震動倍率 $\lambda_E=1$ と定義し、この倍率により入力地震動強さを変化させて解析を行う(動的増分解析)。図21に動的増分解析による入力地震動倍率-最大鉛直応答変位関係を示す。屋根モデルにおいては静的地震荷重に比例した分布荷重に対する弾塑性座屈解析による推移を併せて示す。静的解析による入力地震動倍率は次式に示すように静的地震荷重に対する荷重係数として換算する。

$$\lambda_E = (P - P_0) / P_0 \quad (30)$$

ここに、 P は参照節点における載荷荷重、 P_0 は固定荷重、 P_0 は静的地震荷重である。

図中には評価式(26)により算出した座屈荷重係数を併せて示す。屋根モデルにおいては、動的解析における部材降伏発生時と静的解析における初期降伏時の入力地震動倍率は概ね等しく、評価式(26)による値は部材降伏が発生した入力地震動倍率を安全側に評価可能である。ただし、動的解析における入力地震動倍率-変位関係の初期降伏までの勾配が静的解析における荷重-変位関係に比べ大きく、静的解析時の最大応答変位は動的解析に比べ過大であるため、変形量に関しては別途考慮する必要がある。下部付加モデルにおいては、下部と屋根部の共振を考慮した応答増幅率を用いると、評価値と部材降伏が発生した入力地震動倍率は同程度となる。これより、評価式(26)は動的な地震荷重に対する耐力の下限をとらえることができるといえる。しかし、評価式(26)に対して本研究で行った検討は一例にすぎず、今後、スパン比、ラチス部材細長比、下部構造の剛性、入力地震波などをパラメータとして更なる検討を行う必要がある。

7. 結論

本研究では半開角40°以下の屋根型円筒ラチスシェルを対象とし、既往の研究で提案されている静的地震荷重に対する座屈耐力を明らかにすることを目的とし、限られた形状等の条件下ではあるが正弦波1波型の分布荷重(逆対称荷重)と水平荷重を同時に受ける際の座屈荷重について分析し、時刻歴応答解析を用いない地震荷重に対する耐力評価手法を提案した。以下に得られた知見を示す。

1) 静的地震荷重に比例した分布荷重を受ける場合の線形座屈荷重に対する弾塑性座屈荷重の比は逆対称荷重下と同程度である。その

ため、逆対称荷重下における弾塑性座屈荷重に対する静的地震荷重に比例した分布荷重を受ける時の弾塑性座屈荷重の比は連続体置換法により評価できる。

- 2) 等分布荷重、静的地震荷重に比例した分布荷重下における弾塑性座屈荷重は線形座屈荷重に対する弾性座屈荷重の比であるノックダウンファクターを用いた修正ダンカレー式により概ね安全側に評価できる。このときのノックダウンファクターは等分布荷重下で0.8、その他の分布荷重下で0.4である。
- 3) 等分布荷重下での弾塑性座屈荷重 ${}_l P_{cr}^{pl}$ と逆対称荷重下での弾塑性座屈荷重 ${}_A P_{cr}^{pl}$ は半開角によらず比例関係にあり、 ${}_A P_{cr}^{pl} / {}_l P_{cr}^{pl}$ の下限は0.73程度である。この下限値に加え連続体置換法を援用することで静的地震荷重に対する座屈耐力を固定荷重に対する座屈耐力より評価できる。

このように本研究の分析により、鉛直等分布荷重と静的地震荷重下の座屈性状の関係が明らかとなった。なお、著者らは静的地震荷重に対する単層ラチスドームの座屈耐力に関する同様の研究³⁵⁾を行っている。しかし、これらの研究では、地震時の上界になると考えられる座屈荷重をとらえ、鉛直等分布荷重に対する座屈性状との比較を行うことを主目的としたために、固定荷重の影響は考慮していない。しかし、地震時の固定荷重の影響を分析することも設計上重要であり、固定荷重を考慮した状態における静的地震荷重に対する同様の評価は今後の課題である。また、提案した評価の有効性を動的増分解析を行うことで確認したものの、確認したモデルは一例にすぎず、今後様々な条件のもとに検討を重ねる必要があると考えられる。

参考文献

- 1) 加藤史郎, 飯田 稔: 偏載荷重を受ける周辺単純支持された単層円筒ラチス屋根の座屈荷重, 日本建築学会構造系論文集, 第486号, pp.53-62, 1996.8
- 2) 加藤史郎, 神戸健彰, 中澤祥二, 柳澤利昌: 円筒ラチス屋根の耐力評価の再検討 その1 座屈荷重推定と初期不整合感度の考察, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 構造I, pp.721-722, 2012.9
- 3) 加藤史郎, 藤本益美, 中澤祥二, 柳澤利昌, 小河利行: 円筒ラチス屋根の耐力評価の再検討 その2 古典座屈荷重の再考、FEM線形座屈荷重・RS座屈荷重との関係の考察, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 構造I, pp.723-724, 2012.9
- 4) 加藤史郎, 中澤祥二, 神戸健彰, 柳澤利昌: 等分布荷重を受ける屋根型単層円筒ラチスシェルの耐力評価法に関する研究 単純支持およびピン支持に関する検討, 日本建築学会構造系論文集, 第692号, pp.1777-1786, 2013.10
- 5) 神戸健彰, 加藤史郎, 中澤祥二, 柳澤利昌: 偏載荷重を受ける屋根型円筒ラチスシェルの座屈耐力の評価方法の再考察, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 構造I, pp.867-868, 2013.9
- 6) 山田聖志: 単層円筒ラチスの座屈現象分析とその設計への利用, 構造工学論文集, Vol.56B, pp.507-515, 2010.3
- 7) 空間構造骨組小委員会: 屋根型円筒ラチスシェル構造の解析・設計, 日本建築学会, 1995.12
- 8) 日本建築学会: ラチスシェルの座屈と耐力, 丸善, 2010.6
- 9) 日本建築学会: 鋼構造物の座屈に関する諸問題 2013, 13章, 丸善, 2013.6
- 10) 山田聖志, 松本幸大, 加藤史郎: 屋根型単層円筒ラチスの地震動による応答性状と静的地震荷重に関する考察, 鋼構造論文集, 第11巻第41号, pp.33-46, 2004.3
- 11) 竹内 徹, 小河利行, 山形智香, 熊谷知彦: 支持架構付き屋根型円筒ラチスシェルの地震応答評価, 日本建築学会構造系論文集, 第596号, pp.57-64, 2005.10
- 12) 竹内 徹, 熊谷知彦, 調 浩朗, 小河利行: 多層架構で支持されたラチスシェル構造の地震応答評価, 日本建築学会構造系論文集, 第619号, pp.97-104, 2007.9
- 13) 加藤史郎, 庄村昌明, 向山洋一: 水平と鉛直地震動を受ける大スパン単層ラチスドームの応答性状と崩壊加速度に関する研究, 日本建築学会構造系論文集, 第477号, pp.87-96, 1995.11
- 14) 加藤史郎, 村田 賢, 佐藤俊樹, 庄村昌明: ステップ荷重を受ける単層ラチスドームの動座屈, 日本建築学会構造系論文集, 第494号, pp.67-74, 1997.4
- 15) 村田 賢: 上下および水平地震動を受ける単層ラチスドームの動特性について, 日本建築学会構造系論文集, 第571号, pp.103-110, 2003.9
- 16) 熊谷知彦, 小河利行: 水平方向単一パルス波を受ける単層ラチスドームの動的座屈性状, 日本建築学会構造系論文集, 第585号, pp.115-122, 2004.11
- 17) S.Nakazawa, N.Takahashi, S.Kato: Evaluation of seismic performance for single layer reticular domes based on static analysis, Proceedings of the IASS Symposium 2013, Wroclaw, Paper ID 1209 (CD-ROM), 2013.9
- 18) 竹内 徹, 小河利行, 熊谷知彦, 木内佑輔: 逆対称荷重を受ける屋根型円筒ラチスシェルの座屈荷重, 構造工学論文集, Vol.59B, pp.471-477, 2013.3
- 19) 坪井善勝: ガウス曲率とシェルの座屈 I - 膜応力状態からの座屈 -, 日本建築学会論文報告集, 第230号, pp.37-42, 1975.4
- 20) 加藤史郎, 山下哲郎, 柴田良一: 連続体近似法による2方向格子シェルの座屈耐力評価, 構造工学論文集, Vol.46B, pp.167-174, 2000.3
- 21) S.Kato and T.Yamashita: Evaluation of Elasto-plastic Buckling Strength of Two-way Grid Shells using Continuum Analogy, International Journal of Space Structures, Vol.17 No.4, 2002.12
- 22) 山下哲郎, 加藤史郎: 連続体近似に基づくブレース補剛単層2方向格子シェルの弾性座屈特性の評価, 構造工学論文集, Vol.54B, pp.331-336, 2008.3
- 23) 小河利行, 熊谷知彦, 車 創太, 箕輪健一: 鉛直分布荷重を受ける鞍型HPラチスシェルの弾性および弾塑性座屈荷重, 日本建築学会構造系論文集, 第660号, pp.337-346, 2011.2
- 24) T.Ogawa, T.Kumagai, K.Minowa, S.Kato: Buckling Load of Saddle-shaped HP Reticulated Shells, Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures, Vol.53 No.1, pp.57-67, 2012.3
- 25) 日本建築学会 空間骨組小委員会 二層立体ラチス構造研究班: 二層立体ラチス構造の解析・設計・施工 - その現状と問題点 -, 日本建築学会, 1992.11
- 26) T.Suzuki, T.Ogawa, K.Ikarashi: Elasto-Plastic Buckling Analysis of Rigidly Jointed Single Layer Reticulated Domes, International Journal of Space Structures, Vol.7 No.4, pp.249-261, 1992
- 27) 鈴木敏郎, 小河利行, 久保寺勲, 五十嵐規矩夫: ボール接合単層ラチスドームの座屈実験及び弾塑性座屈解析 中央集中荷重を受ける部分球形ドームについて, 日本建築学会構造系論文報告集, 第444号, pp.53-62, 1993.2
- 28) チモシェンコ: 挫屈理論, 7章 67 剪断応力の作用を受ける矩形板の挫屈 9章 90 振りを受ける薄形殻の挫屈, コロナ社, 1953.2
- 29) 日置興一郎: 構造力学II, 朝倉書店, 1977.11
- 30) M.Fujimoto, K.Imai, T.Saka: Effects of Mesh Pattern on Buckling Behaviour of Single Layer Latticed Cylindrical Shell Roof, Proc. of Asia-Pacific Conference on Shell and Spatial Structures, China, pp.516-523, 1996.5
- 31) 中澤祥二, 加藤史郎, 八木佑奈: 単層ラチスドームの地震時の損傷評価方法に関する基礎的研究, 日本建築学会構造系論文集, 第674号, pp.593-601, 2012.4
- 32) 中澤祥二, 高橋直生, 加藤史郎: 下部構造を有する単層ラチスドームの耐震性能評価に関する研究, 日本建築学会構造系論文集, 第678号, pp.799-807, 2013.4
- 33) 建設省建築研究所: 建築研究資料 第83号 設計用入力地震動作成手法, 1994.11
- 34) 笠井和彦, 伊藤浩資, 渡辺 厚: 等価線形化手法による一質点弾塑性構造の最大応答予測法, 日本建築学会構造系論文集, 第571号, pp.53-62, 2003.9
- 35) 小河利行, 山岡幸介, 箕輪健一, 竹内 徹: 静的地震荷重に対する単層ラチスドームの座屈耐力, 日本建築学会構造系論文集, 第704号, pp.1523-1533, 2014.10
- 36) 坪井善勝: 曲面構造 シェルの理論とその応用, 丸善, 1965.3

BUCKLING STRENGTH OF CYLINDRICAL LATTICE SHELL ROOFS UNDER STATIC SEISMIC LOAD

Toshiyuki OGAWA^{*1}, *Kosuke YAMAOKA*^{*2}, *Ken'ichi MINOWA*^{*3}
and Toru TAKEUCHI^{*4}

^{*1} Prof., Dept. of Arch. and Building Eng., Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

^{*2} Former Graduate Student, Dept. of Arch. and Building Eng., Tokyo Institute of Technology, M. Eng.

^{*3} Assist. Prof., Dept. of Arch. and Building Eng., Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

^{*4} Prof., Dept. of Arch. and Building Eng., Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

1. Introduction

Although large numbers of attempts have been made to evaluate buckling strength of cylindrical lattice shell roofs under equally-distributed vertical loads, stability under seismic loads has not been studied enough yet. In this paper, evaluation method on buckling strength of cylindrical lattice shell roofs based on continuum shell analogy under equivalent static seismic loads proposed in the previous studies is investigated. First, the buckling behavior under distributed loads proportional to the static seismic loads is researched taking shape parameters into account. Next, the buckling strength for vertical loads and the buckling strength for static seismic loads is evaluated using continuum shell analogy, and converted to elasto-plastic buckling strength using knockdown factors and Dunkerley formulation. The effectiveness of the proposed evaluation is discussed against the results of time-history response analyses.

2. Analysis models and numerical static analyses

The studied models are cylindrical lattice shell roofs with edge spans of 36 m and half subtended angles of 20, 30, 40 degrees. The slenderness ratios of the lattice members are set as 33, 50, 70 respectively, and static buckling analyses and dynamic response analyses were carried out on these models. Load distributions for the static analysis are set as uniformly-distributed vertical loading or equivalent seismic loading combining anti-symmetrically and horizontally distributed loadings proposed by authors.

3. Buckling strength under different horizontal loads

The horizontal component in the proposed seismic loads varies depending on horizontal amplitude factor F_H . The effect of the horizontal component on the buckling strength is discussed based on the above static analyses.

4. Theoretical buckling loads under equivalent static seismic loads

To evaluate the theoretical buckling strength under seismic loading, the equations for the linear buckling strength under anti-symmetrical loads and horizontal loads are derived based on the continuum shell analogy and combined to express the various loading proportions. The obtained linear buckling strengths are compared with the elastic buckling strength by numerical analyses including geometrical non-linearity, and knockdown factors to express these effects are evaluated.

5. Evaluation of elasto-plastic buckling strength

Evaluation methods of elasto-plastic buckling strength under the equivalent seismic loads are proposed using Dunkerley formulation on the obtained elastic buckling strength. Further, another simple evaluation method converting the buckling strength under the vertical loads to the buckling strength under the equivalent seismic loads are proposed.

6. Dynamic buckling strength compared with the proposed methods

In order to confirm the validity of the proposed evaluation method, incremental dynamic analyses (IDA) using an artificial seismic wave BCJ-L2 are conducted. The dynamic buckling strengths obtained by the numerical analyses are compared with those by the proposed method, and their validity is discussed.

7. Conclusions

By above studies, the following results are obtained.

- 1) The theoretical linear buckling strength under equivalent seismic loads can be derived using continuum shell analogy, by combining the buckling strength under anti-symmetrical loads and horizontal loads.
- 2) The elasto-plastic buckling strength under equivalent seismic can be evaluated from the theoretical linear buckling strength using the knockdown factors and Dunkerley formulation.
- 3) The elasto-plastic buckling loads under uniformly distributed loads and anti-symmetric loads are confirmed to have a proportional relationship. Consequently, buckling strength under the equivalent static seismic loads can be evaluated from the buckling strength under the equally-distributed vertical loads using continuum shell analogy.

(2014年2月28日原稿受理, 2014年11月6日採用決定)